



«Графические методы решения задач»

Примеры решения задач

Теория

В школьных учебниках физики вводится графический способ представления зависимости одной физической величины от другой. Так же в курсе математики учащиеся изучают декартову систему координат, прямую и обратную пропорциональность (или пропорциональную зависимость). Поэтому учащиеся знакомы с прямолинейной зависимостью одной величины от другой

$$y = kx + b \quad (1)$$

Построим прямую в классической декартовой системе координат, состоящую из перпендикулярных друг к другу осей x и y и наносим на них шкалу один переменных величин осей (x, y) . Для определенности возьмем коэффициенты $k > 0$ и $b > 0$ (Рис. 1).

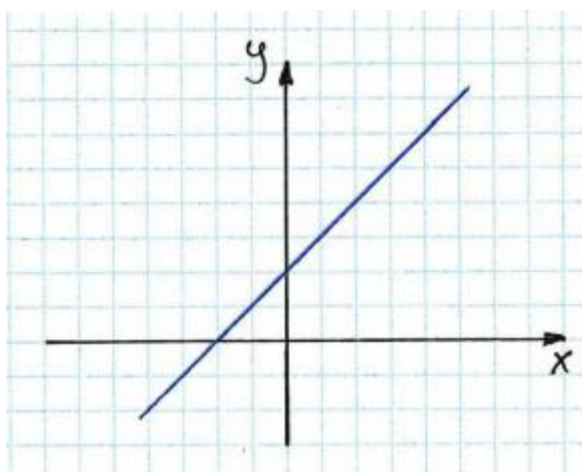


Рисунок 1. Прямая в декартовой системе координат

Теперь сделаем переобозначение осей координат, по оси абсцисс отложим время t в секундах, а по оси ординат координату x в метрах. Тогда после замены переменных уравнение (1) примет вид

$$x = kt + x_0 \quad (2)$$

Перенесем x_0 влево тогда получится разность координат $x - x_0$, в свою очередь разность координат при прямолинейном движении является пройденным путем s . В результате получим:

$$s = kt \quad (3)$$

Очевидно, что коэффициент пропорциональности k между временем t и пройденным путем является скоростью v . Построим теперь декартову систему координат, состоящую из осей (t, x) . Отметим на ней начальную x_1 и конечную x_2 координату тела, а так же время, в которое тело находилось в начальной и конечной координате t_1 и t_2 соответственно (Рис. 2).

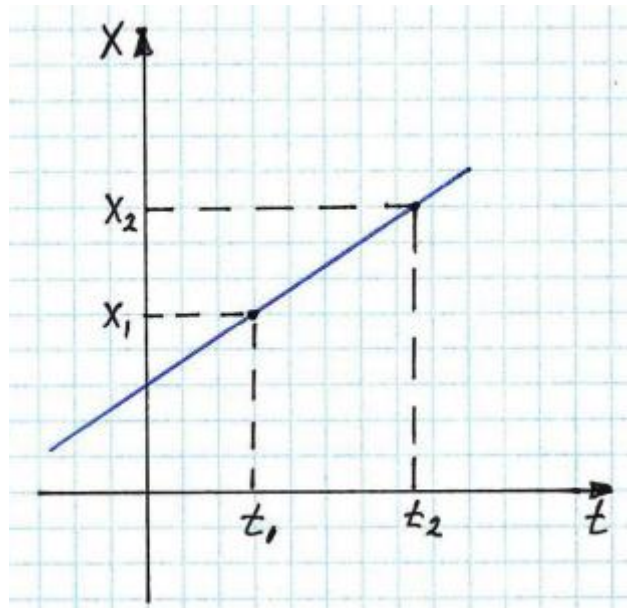


Рисунок 2. Изменение координаты, при движении с постоянной скоростью

Изменением координаты тела за промежуток времени от момента t_1 до момента t_2 называют разность $x_2 - x_1$ между конечным и начальным значением координаты. Значит любая прямая линия в координатах (координата, время) будет определять движение с постоянной скоростью:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (4)$$

Отсюда можно сделать несколько важных выводов:

- чем «круче» будет идти график, тем больше будет скорость движения тела, так как за одно и тоже время у тела «сильнее» изменилась координата (Рис. 3);
- если график параллелен оси абсцисс, то его координата не меняется, значит тело покоится (Рис. 4);
- если график направлен вниз, то разность координат будет отрицательная, а это значит, тело возвращается, то есть движется в обратном направлении (Рис. 4).

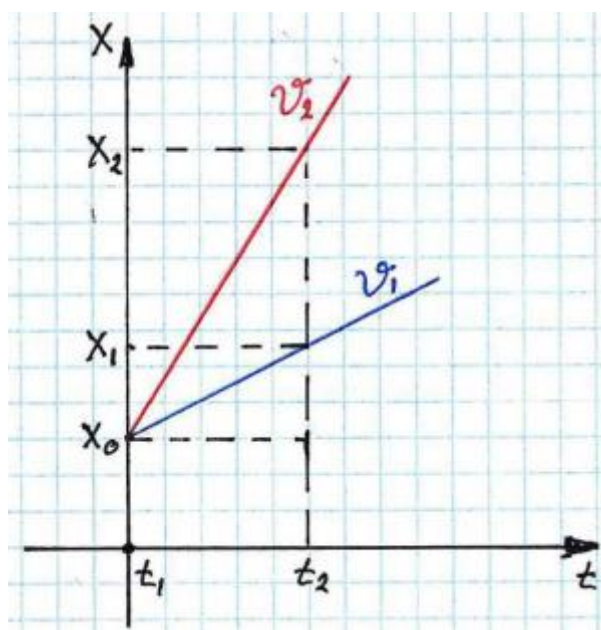


Рисунок 3. Различие изменения координат, при движении с разной скоростью

$$v_1 = \frac{x_1 - x_0}{t_2 - t_1} \quad (5)$$

$$v_2 = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_1} \quad (6)$$

Разделим (6) на (5).

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_1} \div \frac{x_1 - x_0}{t_2 - t_1} = \frac{x_2 - x_0}{x_1 - x_0} > 1$$

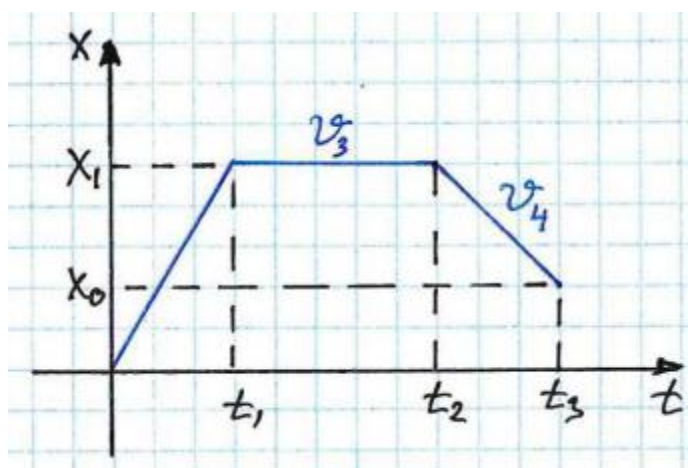


Рисунок 4. Состояние покоя и движение в обратном направлении

$$v_3 = \frac{x_1 - x_1}{t_2 - t_1} = 0 \quad (7)$$

$$v_4 = \frac{x_0 - x_1}{t_3 - t_2} < 0 \quad \text{так как } x_0 < x_1 \quad (8)$$



После того как учащиеся научились описывать движения тел графически, разобрались в основных особенностях построения графика зависимости координаты от времени для движения одного тела, можно и нужно перейти к одновременному движению двух тел. Здесь возможно два случая: встречное движение и обгон. Начнем с одного из самых важных и распространенных в природе и технике случаев – задачи о встречном движении двух тел.

Практика

Эту ситуацию можно представить как встречное движение двух точечных тел на встречу друг другу. Задача заключается в том, чтобы определить, где произойдет встреча и когда, то есть, через какое время после начала движения тел, она состоится. Встречей тел считается такой момент времени, когда координаты двух тел совпадут, или, говоря графическим языком – графики координат двух тел пересекутся. Рассмотрим пример, когда два тела находящиеся на начальном расстоянии S движутся на встречу друг другу вдоль одной прямой, причем скорость первого тела в два раза больше скорости второго.

Построим систему координат, состоящую из осей (t, x) . Отметим на ней начальные координаты тел. Для удобства построения логично поместить одно тело в начало координат тогда его координата будет равна $x_1=0$. Тогда координата второго тела x_2 будет равна S . Так как тела движутся на встречу, друг другу, то скорость первого тела будет положительна, он удаляется от начала координат. А скорость второго будет отрицательна, он приближается к началу координат. Тогда график первого тела будет идти «вверх», а второго «вниз». Причем, так как скорость первого тела по условию в два раза больше скорости второго тела, то путь, пройденный ими, за одно и тоже время у первого будет в два раза больше. Поэтому при построении «поднимающаяся» прямая будет идти в два раза «круче», чем «опускающаяся» прямая (Рис. 5)

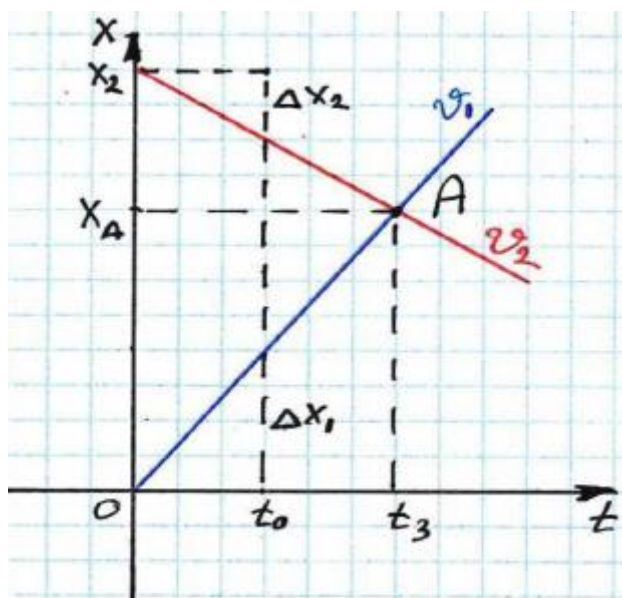


Рисунок 5. Встречное движение двух тел вдоль одной прямой

Из графика видно, что изменение координаты первого тела Δx_1 в любой момент времени t_0 в два раза больше изменения координаты второго тела Δx_2 , так как $v_1=2v_2$. А так же, что тела встретятся в момент времени t_3 в точке A, с координатой x_A . Это значит, что первое



тело прошло расстояние $x_A - 0 = S_1$, а второе тело $S - x_A = S - S_1$. Оба они двигались в течение времени $t_3 - 0 = t_3$. Следовательно, можно записать:

$$\begin{cases} S - S_1 = 2vt_3 \\ S_1 = vt_3 \end{cases} \quad (9)$$

Решение этой системы уравнений дает:

$$\begin{cases} S_2 = \frac{1}{3}S \\ S_1 = \frac{2}{3}S \end{cases} \quad (10)$$

Рассмотрим теперь следующую задачу - «обгон». Пусть первое тело едет равномерно прямолинейно со скоростью v_1 , а второе – движется вдоль этой же прямой со скоростью v_2 , находясь изначально на расстоянии S от первого. Эту задачу можно сформулировать: где и когда второе тело догонит первое. Но давайте задачу «перевернем». Чтобы дети понимали, что построение графика возможно, как в «прямой», так и «обратной» задаче. Пусть известно время встречи t , необходимо найти, на сколько, и во сколько скорость второго тела должна быть больше скорости первого. Для решения этой задачи графическим способом необходимо построить систему координат (t, x) и отложить на оси абсцисс в произвольном месте точку t – место встречи. На оси ординат отложить две точки: точку S – начальное положение первого тела и точку S_2 , находящуюся выше точки S , это координата встречи. Провести две прямые соединяющие начальные координаты тел с координатой их встречи в момент времени t (Рис. 6).

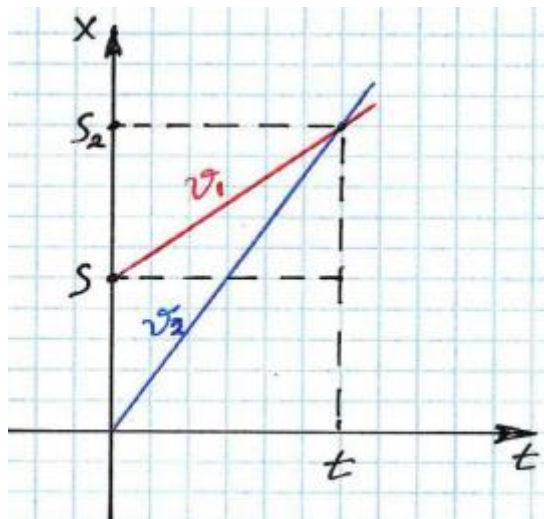


Рисунок 6. Обгон одного тела другим, движущихся вдоль одной прямой

Из графика видно, что через время t оба тела оказались в точку с координатой S_2 . Пользуясь графиком, можно записать чему равняются скорости тел:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{S_2 - S}{t} \\ v_2 = \frac{S_2}{t} \end{cases} \quad (11)$$



Решая эту систему уравнений, можно найти на сколько, и во сколько скорость второго тела больше скорости первого. Это можно было сделать и не строя график, но график помогает разобраться в процессе, происходящем в условиях задачи, тем более не стоит забывать, что приведен простейший пример. Если внимательно посмотреть на график, то можно сразу ответить на вопрос: на сколько скорость второго тела должна быть больше скорости первого. Из графика видно, что за одно и тоже время t второе тело проехало расстояние на S больше чем первое, значит:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{S}{t} \quad (11)$$

Чтобы ответить на вопрос: во сколько скорость второго тела должна быть больше скорости первого, необходимо из уравнения (11) выразить скорость второго тела v_2 и разделить на скорость первого v_1 :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1 + \frac{S}{t}}{v_1} = 1 + \frac{S}{v_1 t} \quad (12)$$

Некоторые, а точнее сказать, достаточно большое количество задач на относительное движение двух тел проще и понятнее решать в системе отсчета одного из них. Изобразив график встречного движения (Рис. 7) и график обгона (Рис. 8) в системе координат, привязанной к одному из тел участвующих в движении (например, первого тела).

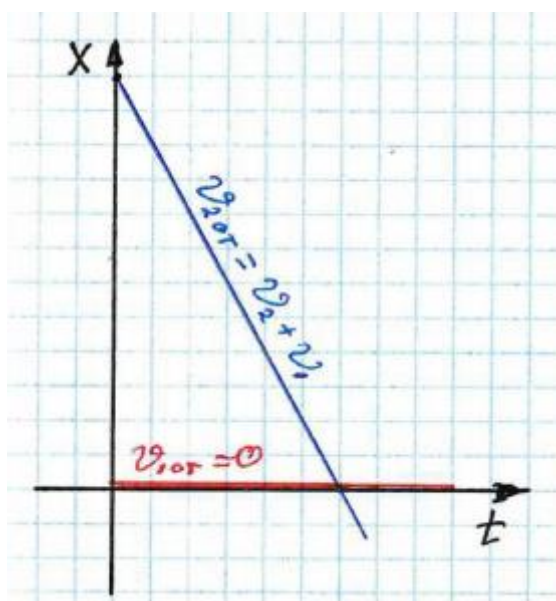


Рисунок 7. Встречное движение, в системе координат привязанной к одному из тел

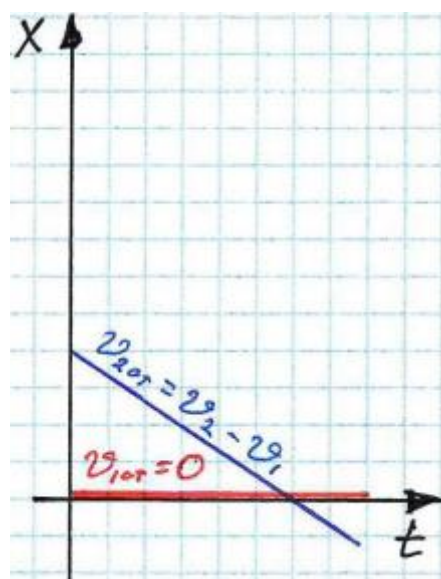


Рисунок 8. Обгон, в системе координат привязанной к одному из тел

Видно, что на рисунке 7, иллюстрирующем встречное движение, угол наклона прямой изменения координаты, соответствующий относительной скорости второго тела относительно первого $v_{2\text{относительная}} = v_2 + v_1$, увеличился. $v_{1\text{относительная}} = v_1 - v_1 = 0$. На рис. 8, иллюстрирующем обгон, угол наклона прямой изменения координаты, соответствующий относительной скорости второго тела относительно первого $v_{2\text{относительная}} = v_2 - v_1$, уменьшился. $v_{1\text{относительная}} = v_1 - v_1 = 0$.



В этих случаях график становится немного проще, в место двух прямых проведенных под разными углами у нас остается одна, но это качественно не влияет на решение задачи. Гораздо интереснее и нагляднее вводить график относительного движения для задач, когда одно тело движется по-другому, например движение катера по реке.

Рассмотрим в качестве примера одну из наиболее известных задач **«про рыбака и шляпу»**.

Рыбак плыл по реке с постоянной относительно воды скоростью v . Скорость течения реки u . Проплывая под мостом, рыбак уронил шляпу и продолжил движение в первоначальном направлении. Через полчаса плавания ему напекло голову и он решил вернуться за шляпой, и поплыл обратно. В результате чего нагнал шляпу на 16 600 метров ниже по течению. К этой задаче можно задать несколько вопросов: чему равна скорость течения u , чему равна скорость рыбака v , куда плыл рыбак изначально? Эта задача является достаточно сложной при аналитическом решении в обычной системе координат, и дает ответ только на первый вопрос. На второй и третий вопрос аналитического решения нет в обычной системе координат. Не потому, что аналитически эту задачу решить нельзя, а потом, что на них в принципе нет ответа. Рыбак мог плыть хоть по течению, хоть против течения, это не как не повлияет на решение задачи. И скорость у него могла быть любая. Для решения необходимо перейти в систему отсчета связанную со шляпой. Но сначала можно построить график движения в системе координат, связанной с мостом. Тогда необходимо рассмотреть два случая, движение против течения (Рис. 9а) и движение по течению (Рис. 9б)

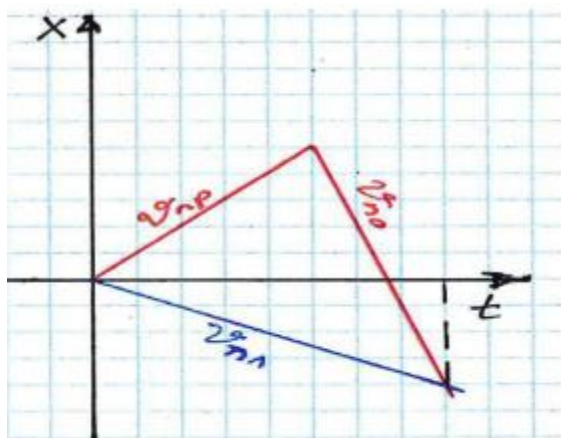


Рисунок 9а. Движение рыбака против течения

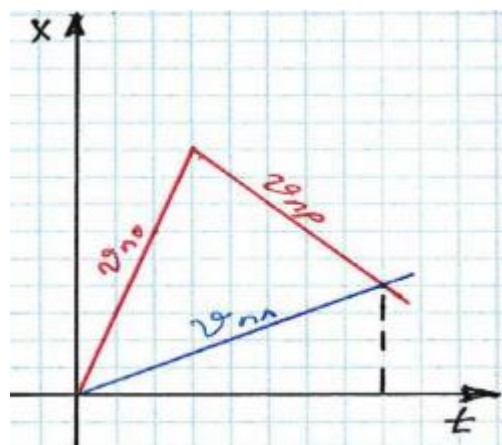


Рисунок 9б. Движение рыбака по течению

В результате мы получаем два очень сложных для анализа задачи графика (такое тоже, к сожалению, бывает), из которых, по сути, ничего невозможно понять. Так как мы не знаем общего времени и по течению, и против течения рыбак движется с разными скоростями. Более «крутой» участок соответствует движению по течению, менее «крутой» участок соответствует движению против течения.

Но если перейти в систему отсчета, связанную со шляпой, все станет проще и понятнее (Рис. 10)

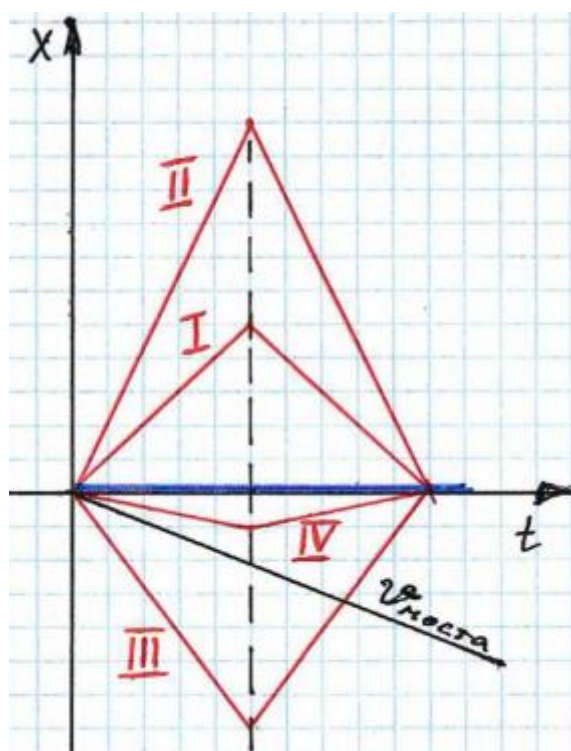


Рисунок 10. Движение рыбака и шляпы в систему отсчета, связанной со шляпой

I и II это движение рыбака по течению с различными скоростями $v_{II} > v_I$;

III – это движение рыбака против течения;

IV – движение рыбака против течения со скоростью меньшей скорости течения (когда он гребёт в одну сторону, но течение его сносит все равно в противоположную)

В системе отсчета связанной со шляпой необходимо и у рыбака, плывущего по/против течения, и у шляпы отнять скорость течения. Тогда мы получим:

Скорость рыбака плывущего по течению относительно шляпы

$$v_{\text{рыбака по течению}} = v + u - u = v \quad (13)$$

Скорость рыбака плывущего против течения относительно шляпы

$$v_{\text{рыбака против течения}} = v - u + u = v \quad (14)$$

Скорость шляпы относительно шляпы:

$$v_{\text{шляпы}} = u - u = 0 \quad (15)$$

Скорость моста относительно шляпы:

$$v_{\text{моста}} = 0 - u = -u \quad (16)$$

Из графика хорошо видно, что скорость, с которой рыбак удаляется от шляпы и приближается к ней абсолютно одинаковая. А это значит, что время его движения туда и обратно будет, тоже одинаковое. Учитывая это, становится понятно, что абсолютно неважно



с какой скоростью движется рыбак и в какую сторону. А также, что скорость течения (она же скорость шляпы, она же скорость моста в данной системе отчета) равна:

$$v_{\text{течения}} = \frac{S}{2t} \quad (17)$$

По сути, рыбак может плыть даже со скоростью меньше скорости течения (что в других задачах, на движение по реке, невозможно). Тогда его все время будет сносить вниз по течению, но он все равно встретится со шляпой через один час, правда до моста опять доплыть никогда не сможет.

Еще довольно-таки большая группа задач, которые встречаются в седьмом классе, это задачи на среднюю скорость. В таких задачах график зависимости координаты от времени может помочь лишь в осмыслении задачи и записи уравнений (что тоже в принципе неплохо), но решать придется все те же уравнения. В задачах на среднюю скорость может помочь график зависимости скорости от времени. Рассмотрим так же две классических задачи на нахождение средней скорости:

А) тело двигалось первую половину времени со скоростью v_1 , а вторую – со скоростью v_2 . Какова средняя скорость тела на всем участке пути?

Б) тело двигалось первую половину пути со скоростью v_1 , а вторую – со скоростью v_2 . Какова средняя скорость тела на всем участке пути?

Для определенности, будем считать, что в обеих задачах $v_1 < v_2$. Тогда зависимость координаты от времени будет иметь вид (Рис. 11а и 11б)

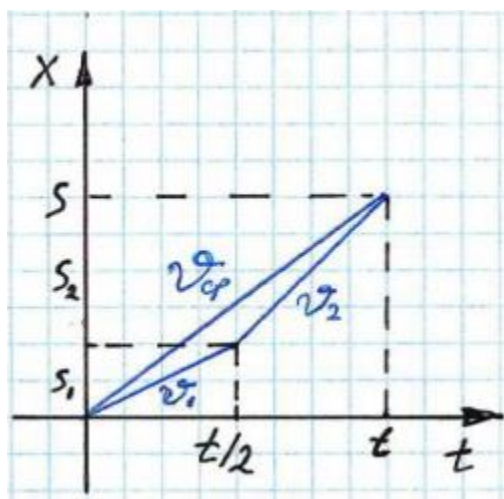


Рисунок 11а. Зависимость координаты от времени при движении, когда $t_1=t_2=t/2$

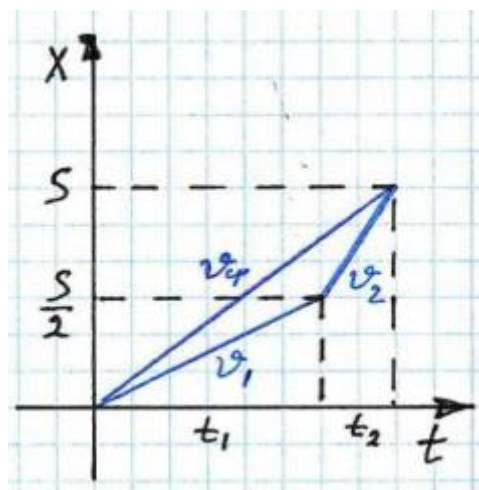


Рисунок 11б. Зависимость координаты от времени при движении, когда $S_1=S_2=S/2$

Из графиков видно, что средняя скорость будет в обоих случаях больше v_1 , но меньше v_2 . Сравнить же средние скорости для обоих случаев достаточно проблематично.

Теперь построим графики зависимости скорости от времени в обоих случаях. В первом случае все очень просто, так как мы знаем, что $t_1=t_2=t/2$. Это значит, что необходимо построить два горизонтальных отрезка длиной $t/2$ каждый (Рис. 12а). Во втором случае



$S_1 = S_2 = S/2$. Вспомним, что $S_1 = v_1 t_1$, а $S_2 = v_2 t_2$. Вспоминая математику, а точнее формулу площади прямоугольника, мы приходим к пониманию того, что необходимо построить два горизонтальных отрезка таким образом, чтобы площадь прямоугольника под одним из них равнялась площади прямоугольника под другим (Рис. 126)

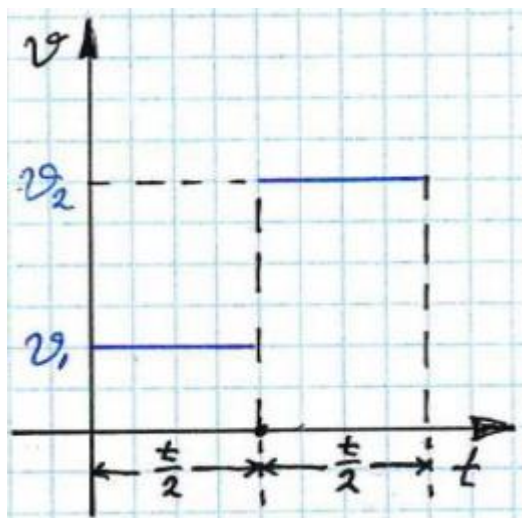


Рисунок 12а. Зависимость скорости от времени при движении, когда $t_1 = t_2 = t/2$

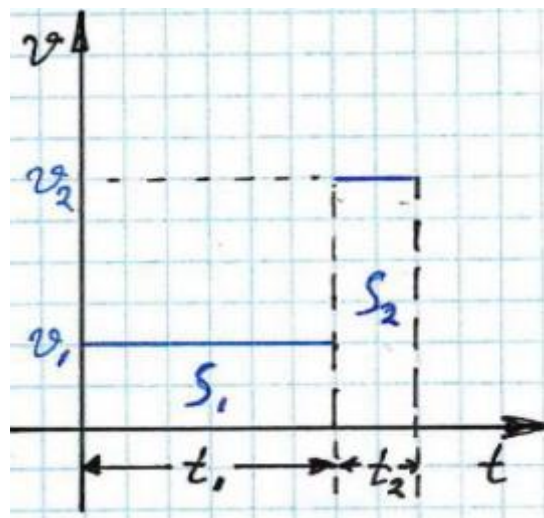


Рисунок 12б. Зависимость скорости от времени при движении, когда $S_1 = S_2 = S/2$

Средняя скорость – это скорость, при которой тело за то же самое время прошло точно такой же путь. Это значит, что нужно провести такую горизонтальную линию, чтобы площадь под ней равнялась суммарной площади прямоугольников под линиями v_1 и v_2 . Но так как время движения на обоих участках одинаковое, то прямоугольник, который необходимо «отрезать» на втором участке, должен совпасть с прямоугольником, который необходимо «добавить» на первом участке. Следовательно, линия средней скорости должна пройти ровно по середине между v_1 и v_2 (Рис. 13а)

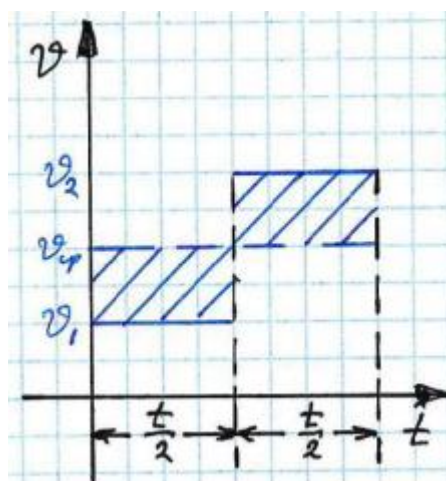


Рисунок 13а. Средняя скорость при движении, когда $t_1 = t_2 = t/2$

$$v_{\text{средняя}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (18)$$

Во втором примере нам так же необходимо «отрезать» от второго участка кусочек, чтобы «добавить» его на первом участке. Но так как время движения на втором участке меньше



времени движения на первом участке, очевидно, что «отрезать» по высоте нужно больше чем «добавить», чтобы площади были равны. А это значит, что средняя скорость во второй задаче всегда будет меньше, чем среднее арифметическое v_1 и v_2 . (Рис. 136).

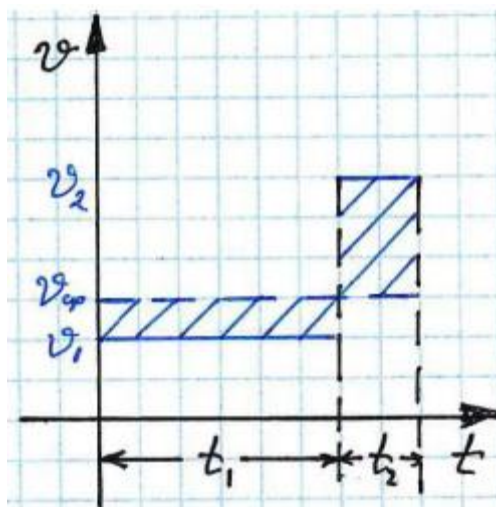


Рисунок 136. Средняя скорость при движении, когда $S_1=S_2=S/2$

Так же, рассматривая эти задачи, мы пришли к одному важному выводу. Если по оси ординат отложить скорость, а по оси абсцисс время, то площадь фигуры (не обязательно прямоугольника) под отрезком скорости даст пройденный телом путь. До сих пор мы рассматривали только равномерное движение. То есть движение с постоянной скоростью. Рассмотрим теперь равноускоренное движение (Рис. 14)

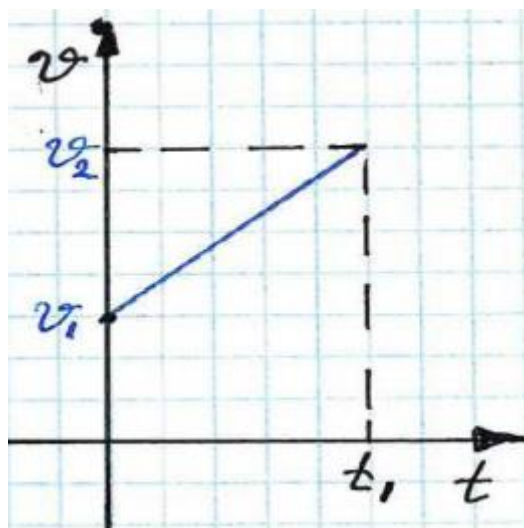


Рисунок 14. Зависимость скорости от времени при равноускоренном движении

Тогда по аналогии с равномерным движением (2) уравнение скорости будет иметь вид:

$$v = kt + v_0 \quad (19)$$

Только теперь роль коэффициента будет выполнять ускорение. $k = a$.

Следовательно:



- чем «круче» будет идти график, тем больше будет ускорение тела, так как за одно и тоже время у тела «сильнее» изменилась скорость (Рис. 15);
- если график параллелен оси абсцисс, то его скорость тела не меняется, значит, тело движется равномерно (Рис. 16);
- если график направлен вниз, то разность скоростей будет отрицательная, а это значит, что тело уменьшает свою скорость, то ускорение отрицательное (Рис. 16)

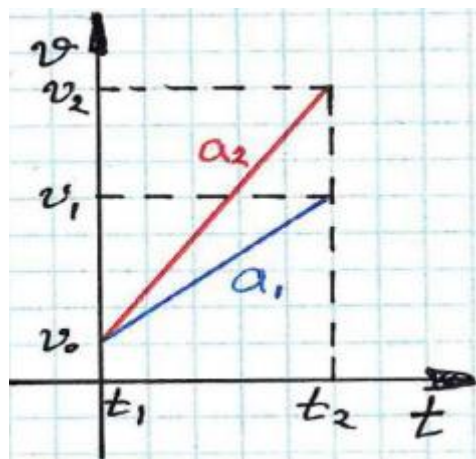


Рисунок 15. Различие изменения скорости, при движении с разным ускорением

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_2 - t_1} \quad (20)$$

$$a_2 = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_1} \quad (21)$$

Разделим (21) на (20).

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_1} \div \frac{v_1 - v_0}{t_2 - t_1} = \frac{v_2 - v_0}{v_1 - v_0} > 1$$

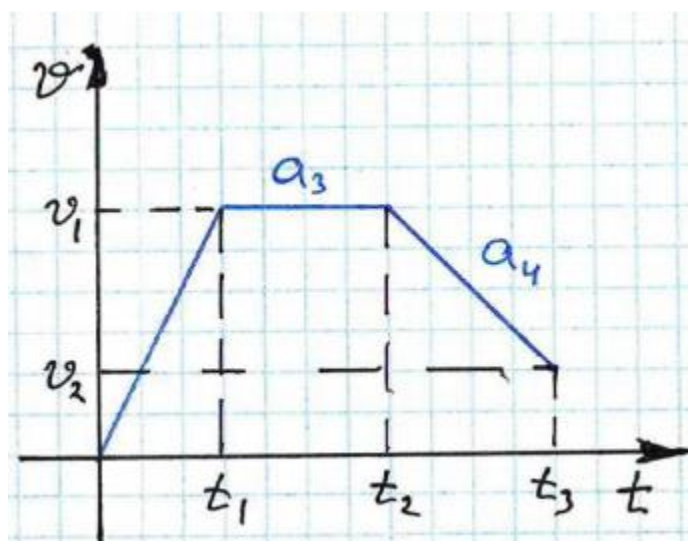




Рисунок 16. Движение с постоянной скоростью и замедление

$$a_3 = \frac{v_1 - v_1}{t_2 - t_1} = 0 \quad (22)$$

$$a_4 = \frac{v_2 - v_1}{t_3 - t_2} < 0 \quad \text{так как } v_2 < v_1 \quad (23)$$

Давайте еще раз вернемся к графику скорости при равноускоренном движении (Рисунок 14). На графике представлена зависимость скорости тела от времени. За время t тело увеличивает свою скорость от значения v_1 до значения v_2 . Теперь вспомним аналитические формулы для нахождения пройденного пути (в данном случае путь и перемещение совпадают, так как тело движется прямолинейно, не меняя направление движения).

$$S = \frac{v_1 + v_2}{2} t \quad (24)$$

$$S = v_1 t + \frac{at^2}{2} \quad (25)$$

$$S = v_2 t - \frac{at^2}{2} \quad (26)$$

Формула 24 с геометрической точки зрения представляет собой площадь трапеции, что хорошо видно из графика (Рис. 17)

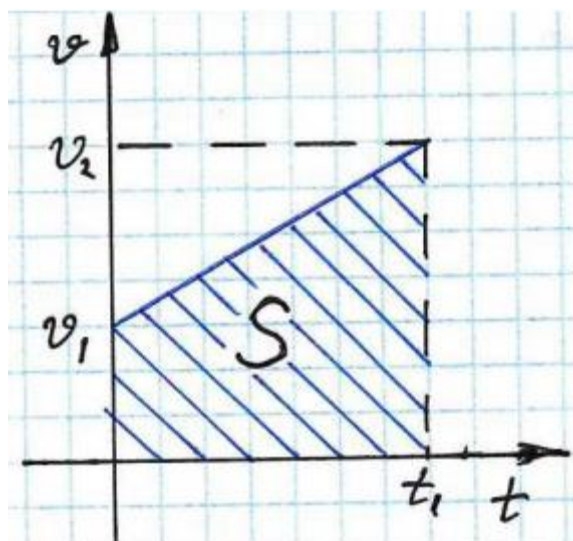


Рисунок 17. Нахождение пройденного пути, как площади трапеции

Формулу 25 можно представить как сумму площадей двух фигур $S = S_1 + S_2$, где S_1 это расстояние, которое прошло бы тело при равномерном движении с постоянной скоростью v_1 , $S_1 = v_1 t$, а S_2 это расстояние которое тело пройдет за счет «прибавки» в скорости

$$S_2 = \frac{1}{2} a v t = \frac{1}{2} a t^2 \quad (\text{Рис. 18}).$$

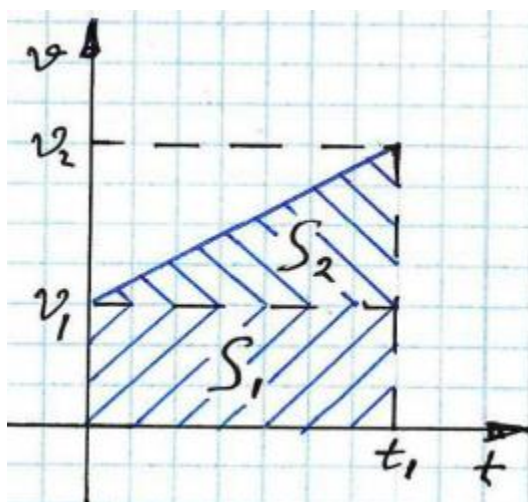


Рисунок 18. Нахождение пройденного пути, как сумму площадей

Формулу 26, наоборот, можно представить как разность площадей двух фигур $S = S_1 - S_2$, где S_1 это расстояние, которое прошло бы тело при равномерном движении с постоянной скоростью v_2 , $S_1 = v_2 t$, а S_2 это расстояние, которое не прошло тело вследствие изменения скорости $S_2 = \frac{1}{2} \Delta v t = \frac{1}{2} a t^2$ (Рис. 19).

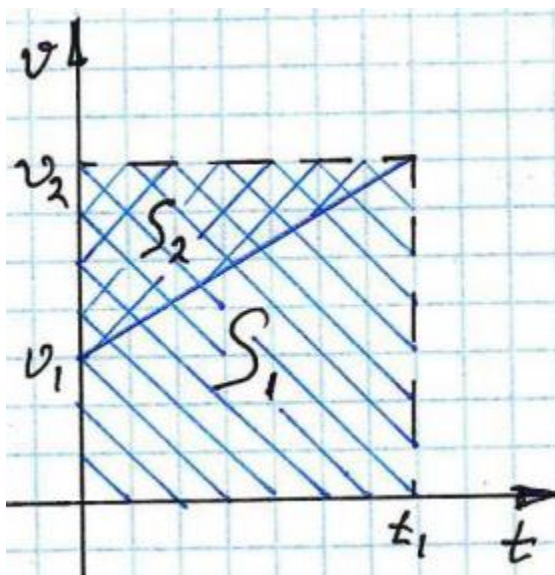


Рисунок 19. Нахождение пройденного пути, как разность площадей

Давайте теперь рассмотрим случай, когда тело меняет свое направление движения. Тогда график зависимости скорости тела от времени будет пересекать ось абсцисс и уходить в область отрицательных значений (Рис. 20).

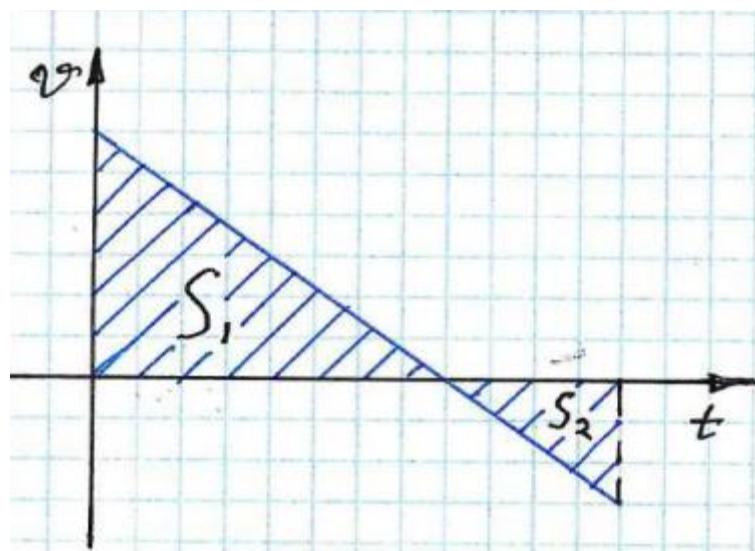


Рисунок 20. График зависимости скорости от времени при изменении направления движения

В данном случае путь, пройденный телом, будет равен сумме площадей двух фигур $S = S_1 + S_2$, где S_1 это путь, пройденный в одном направлении, S_2 это путь, пройденный в обратном направлении. Перемещение же тела будет равно разности площадей двух фигур $S = S_1 - S_2$, где S_1 это путь, пройденный в одном направлении, S_2 это путь пройденный в обратном направлении

Еще в учебниках по физики приводится, что при равноускоренном движении с начальной нулевой скоростью, отношение расстояний, пройденных телом за равные промежутки времени равно отношению простых чисел:

$$S_1:S_2:S_3:....=1:3:5:.... \quad (27)$$

Давайте построим график скорости при равноускоренном движении с начальной нулевой скоростью. И найдем путь, пройденный телом за любые равные промежутки времени (Рис. 21)

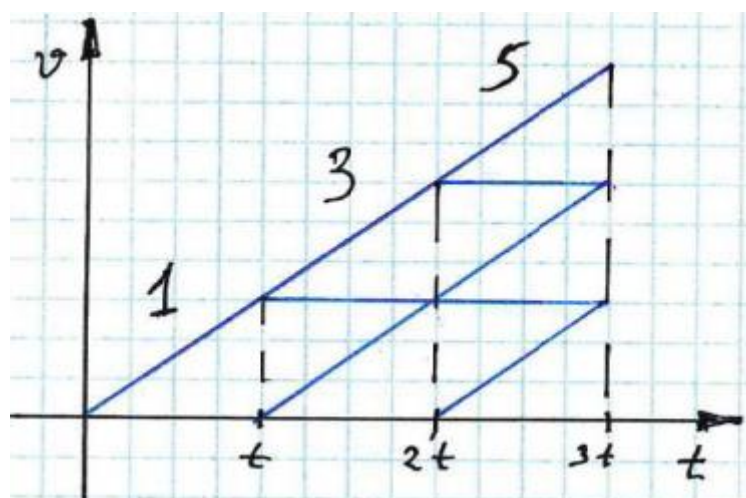


Рисунок 21. Отношение расстояния пройденного телом при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью



Обозначим расстояние, пройденное телом за первый промежуток времени S_1 . Тогда из графика хорошо видно, что расстояние, пройденное телом за любой следующий промежуток времени на $2S_1$, больше, чем за предыдущий промежуток времени. Что как раз нам и дает отношение, приведенное в формуле 27. Прежде чем перейти к рассмотрению других графических представлений физических величин, давайте вспомним, что такое тангенс. С точки зрения математики тангенс угла – это безразмерная величина численно равная отношению противолежащего катета к прилежащему (Рис. 22а):

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} \quad (28)$$

В физике достаточно много физических величин выражается как отношение изменение одной физической величины к изменению другой. Например, скорость (Рис. 22б):

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (28)$$

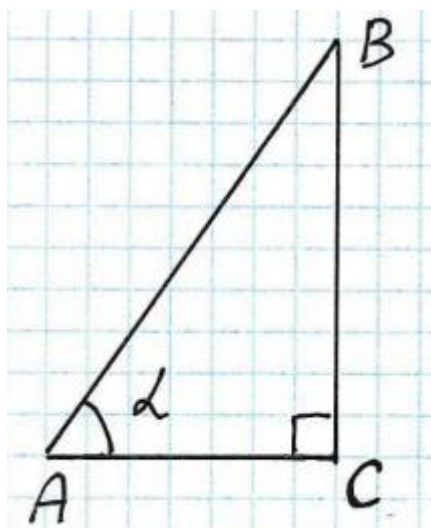


Рисунок 22а. Определение тангенса угла треугольника

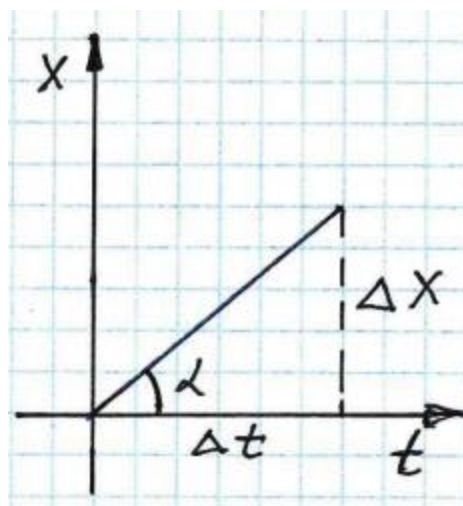


Рисунок 22б. Определение скорости как отношение изменения координаты ко времени этого изменения

Так как скорость и другие физические величины имеют единицы измерения, с точки зрения математики нельзя сказать, что скорость равняется тангенсу угла наклона прямой изменения координаты. Но численные значения тангенса угла α и скорости будут совпадать. Поэтому при решении задач по физике можно говорить, если по осям абсцисс и ординат отложены такие физические величины (X, Y) , что $\Delta Y / \Delta X$ определяют другую физическую величину Z . То можно говорить, что величина Z численно равна $\tan \alpha$.

Теперь перейдем к другим графическим представлениям физических величин. Рассмотрим примеры графиков, которые достаточно часто встречаются в задачах по физике. Например, зависимость массы m от объема V (Рис. 23а) и зависимость объема V от m (Рис. 23б).

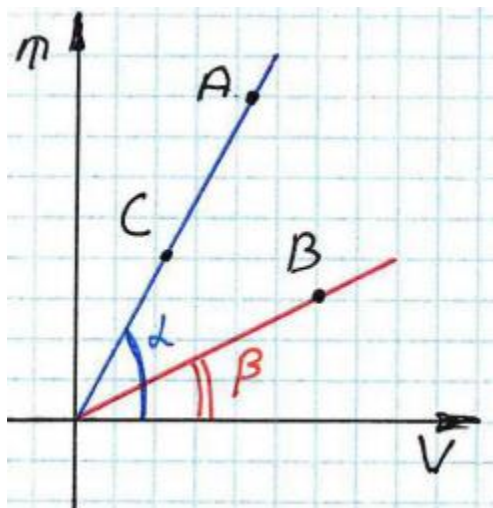


Рисунок 23а. График зависимости массы от объема

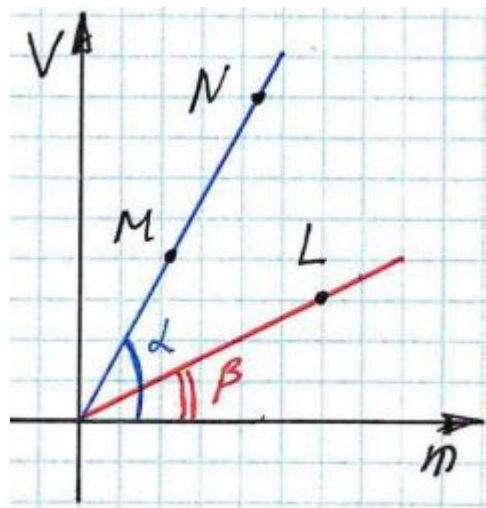


Рисунок 23б. График зависимости объема от массы

Из формулы плотности

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (29)$$

получаем, что на рис. 23а тангенс α прямой проведенной из начала координат в точку А дает значение плотности тела масса и объем которого соответствуют координате точки А, а тангенс β прямой проведенной из начала координат в точку В дает значение плотности тела масса и объем которого соответствуют координате точки В. Поэтому чем «круче» идет прямая тем больше плотность тела значение массы и объема, которого лежит на этой прямой. Точки А и С лежат на одной прямой, а это значит, что их плотности одинаковы. На рис. 23б приведен график зависимости объема от массы. А это значит, что тангенс α и β определяют значение $V/m = 1/\rho$. То есть теперь увеличение угла приводит к увеличению значения $1/\rho$, а значит к уменьшению плотности. Но для точек М и N значение плотности тоже будет одинаковым, так как они лежат на одной прямой.

Так же, еще можно вспомнить график, изображающий зависимость силы от координаты (Рис. 24) и мощности от времени (Рис. 25)

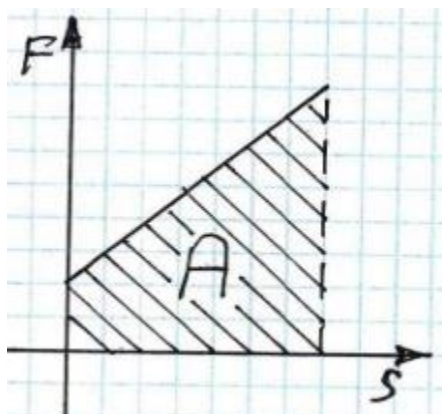


Рисунок 24. График зависимости приложенной силы от координаты

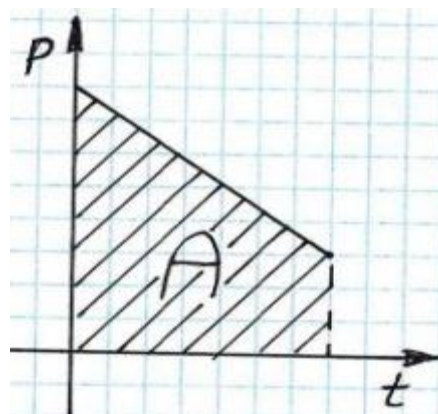


Рисунок 25. График зависимости мощности от времени



Из формул работы

$$A = Fs \quad (30)$$

$$A = Pt \quad (31)$$

видно, что площадь фигуры под графиком силы и мощности дает численное значение работы.

Ранее уже упоминалось о графике зависимости температуры тела от времени, в котором тело нагревают с постоянной мощностью. Посмотрим, какую информацию можно получить из этого графика (Рис. 26).

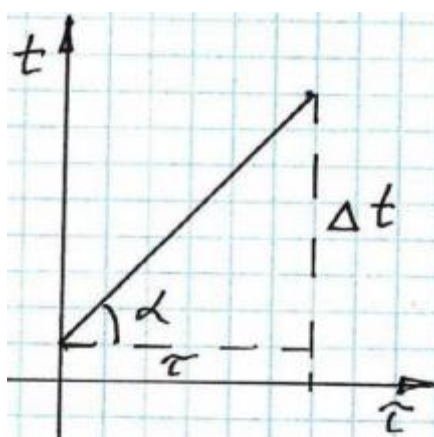


Рисунок 26. График зависимости температуры тела от времени

Напишем уравнение теплового баланса и преобразуем его:

$$A = Q \quad (32)$$

$$Pt = cm\Delta t \quad (33)$$

$$\frac{\Delta t}{\tau} = \frac{P}{m c} \quad (34)$$

Тогда мы получим, что тангенс α обратно пропорционален удельной теплоемкости вещества. Коэффициент пропорциональности в данном случае является отношение мощности нагревателя P к массе m нагреваемого вещества. То есть чем «круче» будет идти график, тем меньше будет теплоемкость нагреваемого вещества (при условии одинаковой массы m и мощности нагревателя P).

Так же графическим способом можно определить, например, значение результирующей силы на частично погруженное в жидкость тело. Если мы по оси абсцисс отложим величину $\Delta V/V$ объем тела, погруженный в жидкость, а по оси ординат силу Архимеда F_A (рис. 27) и силу тяжести $F_{тяж}$ (Рис. 28)

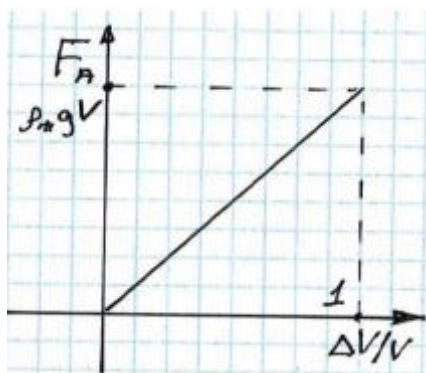


Рисунок 27. Зависимость силы Архимеда от объема, погруженной в жидкость части тела

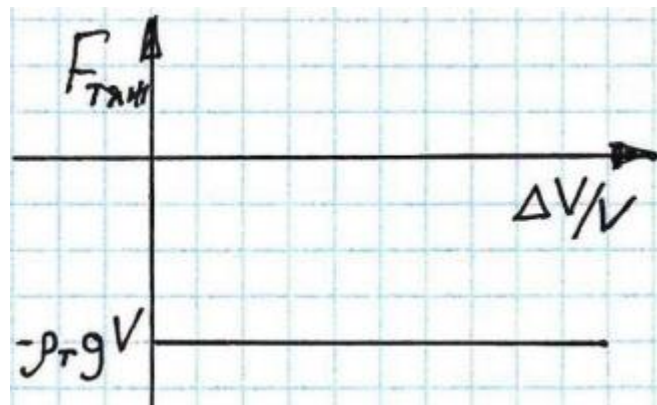


Рисунок 28. Зависимость силы тяжести от объема, погруженной в жидкость части тела

Сила Архимеда лежит в положительной области, так как направлена вверх, а сила тяжести в отрицательной области, так как направлена вниз. Тогда, сложив эти два графика, получим значение результирующей силы действующей на тело, погруженное в жидкость. Сложение этих графиков может дать два результата, в зависимости от значения плотностей тела и жидкости:

- Плотность тела меньше плотности жидкости (Рис. 29а);
- Плотность тела больше плотности жидкости (Рис. 29б).

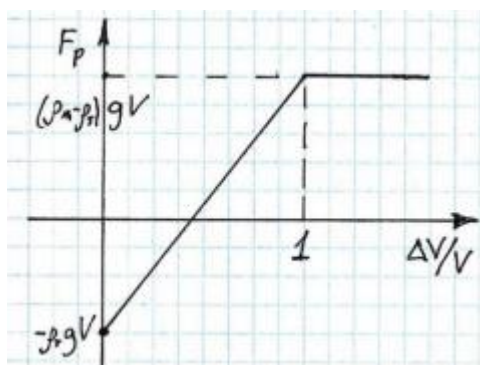


Рисунок 29а. Зависимость результирующей силы от объема погруженного тела, в случае, когда плотность тела меньше плотности жидкости

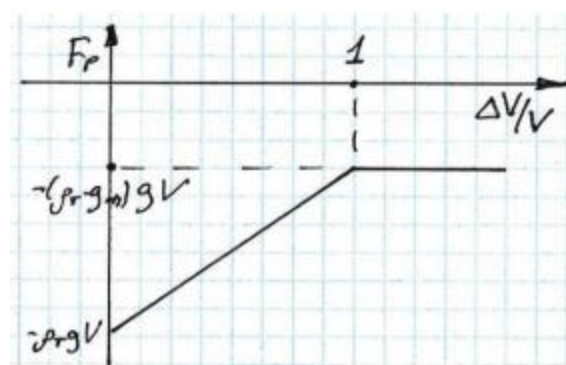


Рисунок 29б. Зависимость результирующей силы от объема погруженного тела, в случае, когда плотность тела больше плотности жидкости

Бывают задачи, когда график не является линейной функцией. Тогда у него нет постоянного угла наклона. Например, зависимость координаты от времени при равноускоренном движении (Рис. 30). На графике хорошо видно, что чем дольше движется тело, тем «быстрее» растет его координата. Что, собственно, и логично. Потому что, при равноускоренном движении происходит увеличение скорости тела. В таком случае для определения скорости тела в произвольный момент времени t необходимо построить касательную к графику и определить тангенс угла ее наклона. Таким образом, мы сможем найти мгновенное значение скорости в точке А. Очевидно, что в любой другой точке



касательная к графику будет построена под другим углом к оси абсцисс, следовательно, скорость будет иметь другое значение.

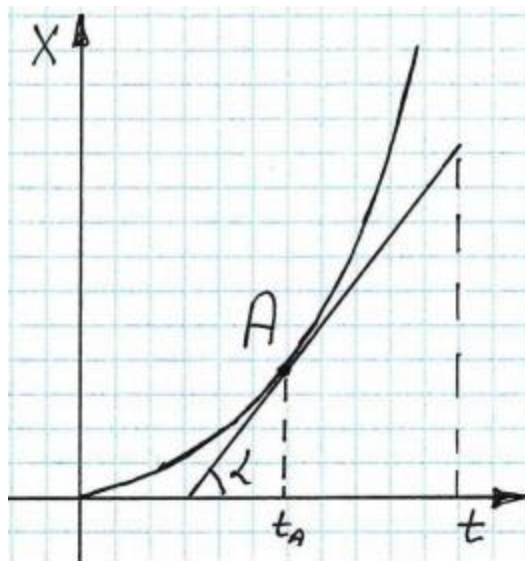


Рисунок 30. Определение скорости движения тела, при равноускоренном движении

$$v_A = \tan \alpha \quad (35)$$