



Конспект для учителя по теме «Решение рациональных и дробных рациональных неравенств»

Примеры

Пример 1.

$$\frac{x-1}{x+3} > 0$$

Действуем по алгоритму, сначала область допустимых значений.

ОДЗ:

$$x+3 \neq 0$$

$$x \neq -3$$

Далее находим нули функции:

$$x-1=0$$

$$x=1.$$

Выносим корни на числовую прямую и расставляем знаки справа налево. При переходе через найденные нулевые точки знак будет меняться на противоположный.



Выбираем подходящие интервалы и записываем ответ. Так как, знак неравенства $>$, выбираем в ответ интервалы со знаком $+$.

В ответ пойдут два интервала. Точки -3 и 1 будут в круглых скобках, так как обе они выколотые (знак строгий).

Ответ: $(-\infty|-3)$ и $(1|+\infty)$

Пример 2.

$$\frac{x^2-1}{x} > 0$$

Действуем по алгоритму. Перед нами дробное рациональное неравенство.

ОДЗ: $x \neq 0$.

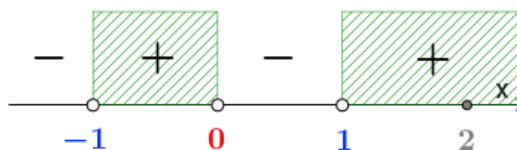
Находим нули числителя:

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$x_1=1, x_2=-1.$$



Поскольку знак неравенства строгий, при нанесении этих точек на ось x точки будут выколотыми.



Поскольку знак неравенства $>$, выбираем в ответ интервалы со знаком $+$.

Ответ: $(-1|0)$ и $(1|+\infty)$

Пример 3.

Попробуйте самостоятельно, используя алгоритм и аналогию с предыдущими примерами.

$$\frac{x-3}{x+7} < 0$$

ОДЗ:

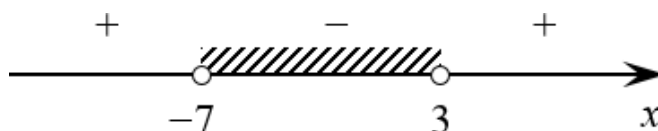
$$x \neq 3$$

Нули функции:

$$x+7=0$$

$$x=-7.$$

Выносим все корни на числовую прямую и расставляем знаки:



Чередуем справа налево, выбираем ту часть, где знак « $-$ » так как знак неравенства строго меньше.

Ответ: $(-7|3)$

Пример 4.

$$\frac{x+1}{x-2} \leq \frac{x+2}{x}$$

ОДЗ:

$$x \neq 0,$$

$$x-2 \neq 0$$

$$x \neq 2.$$



Переносим влево, меняя знаки. Приводим к общему знаменателю, приводим подобные:

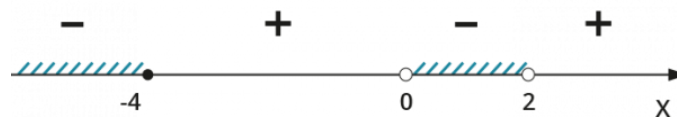
$$\frac{x+4}{x(x-2)} \leq 0$$

Находим нули функции:

$$x+4=0$$

$$x=-4.$$

Выносим нули функции на числовую прямую и отмечаем знаки справа налево:



В ответ запишем значения, где «-», так знак неравенства меньше либо равно. Скобки квадратные, потому что знак нестрогий.

Ответ: $(-\infty; -4]$ и $(0; 2)$.