



«Решение тригонометрических уравнений»

Задание

Решить тригонометрическое уравнение: $2 \cos^2(x) - 5 \sin(x) + 1 = 0$

Заменяя $\cos^2(x)$ на $1 - \sin^2(x)$, получаем

$$2(1 - \sin^2(x)) - 5 \sin(x) + 1 = 0, \text{ или}$$

$$2 \sin^2(x) + 5 \sin(x) - 3 = 0.$$

Обозначая $\sin(x) = y$,

$$\text{получаем } 2y^2 + 5y - 3 = 0,$$

$$\text{откуда } y_1 = -3, y_2 = 0,5.$$

1) $\sin(x) = -3$ — уравнение не имеет корней, так как $|-3| > 1$ ОДЗ синуса;

$$2) \sin(x) = 0,5;$$

$$x = (-1)^n \arcsin(0,5) + \pi n = (-1)^n \pi/6 + \pi n,$$

$$n \in \mathbb{Z} \quad x = (-1)^n \arcsin(0,5) + \pi n = (-1)^n \pi/6 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ } x = (-1)^n \pi/6 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Решить уравнение $\sin(2x) - \sin(x) = 0$

Используя формулу синуса двойного угла, запишем уравнение в виде $2 \sin(x) \cos(x) - \sin(x) = 0$.

Вынесем общий множитель $\sin(x)$ за скобки, получаем $\sin(x) (2 \cos x - 1) = 0$

$$1) \sin(x) = 0, \quad x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$2) 2 \cos(x) - 1 = 0,$$

$$\cos(x) = 1/2,$$

$$x = \pm \pi/3 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$