



«Решение задач на сплавы (практика)»

Примеры решения задач

Пример 1.

Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение:

Пусть концентрация первого раствора кислоты – c_1 , а концентрация второго – c_2 . Если смешать эти растворы кислоты, то получится раствор, содержащий 68% кислоты: $30c_1 + 20c_2 = 50 \cdot 0,68$. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты: $mc_1 + mc_2 = 2m \cdot 0,7$. Решим полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 1,4, \\ 30c_1 + 20c_2 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_2 = 1,4 - c_1, \\ 30c_1 + 28 - 20c_1 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_2 = 1,4 - c_1, \\ 10c_1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_2 = 0,8, \\ c_1 = 0,6. \end{cases}$$

Поэтому $m_1 = 0,6 \cdot 30 = 18$.

Ответ: 18.

Пример 2.

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Решение:

Пусть масса 30-процентного раствора кислоты – m_1 кг, а масса 60-процентного – m_2 . Если смешать 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавить 10 кг чистой воды, получится 36-процентный раствор кислоты: $0,3m_1 + 0,6m_2 = 0,36(m_1 + m_2 + 10)$. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты: $0,3m_1 + 0,6m_2 + 0,5 \cdot 10 = 0,41(m_1 + m_2 + 10)$. Решим полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,3m_1 + 0,6m_2 = 0,36m_1 + 0,36m_2 + 3,6, \\ 0,3m_1 + 0,6m_2 + 5 = 0,41m_1 + 0,41m_2 + 4,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,24m_2 - 0,06m_1 = 3,6, \\ 0,11m_1 - 0,19m_2 = 0,9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m_2 - m_1 = 60, \\ 11m_1 - 19m_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4m_2 - 60, \\ 11(4m_2 - 60) - 19m_2 = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 4m_2 - 60, \\ 25m_2 = 750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 60, \\ m_2 = 30. \end{cases}$$

Ответ: 60.



Пример 3.

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Решение:

Пусть масса первого сплава m_1 кг, а масса второго — m_2 кг. Тогда массовое содержание никеля в первом и втором сплавах $0,1m_1$ и $0,3m_2$ соответственно. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 200, \\ 0,1m_1 + 0,3m_2 = 0,25 \cdot 200, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 200 - m_1, \\ 0,1m_1 + 0,3(200 - m_1) = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_2 = 200 - m_1, \\ 0,2m_1 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 50, \\ m_2 = 150. \end{cases}$$

Таким образом, первый сплав легче второго на 100 килограммов.

Ответ: 100.

Пример 4.

Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение:

Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Процентная концентрация раствора (массовая доля) равна $\omega = \frac{m_{\text{в-ва}}}{m_{\text{р-ра}}} \cdot 100\%$. Пусть масса получившегося раствора

2m. Таким образом, концентрация полученного раствора равна:

$$\omega = \frac{0,15m + 0,19m}{2m} \cdot 100\% = \frac{0,34}{2} \cdot 100\% = 17\%$$

Ответ: 17.

Пример 5.

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.

Решение:

Пусть цена холодильника ежегодно снижалась на p процентов в год. Тогда за два года она снизилась на $(1 - 0,01p)^2$, откуда имеем:

$$\begin{aligned} 20000(1 - 0,01p)^2 &= 15842 \Leftrightarrow (1 - 0,01p)^2 = 0,7921 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow_{1-0,01p>0} 1 - 0,01p = 0,89 \Leftrightarrow p = 11. \end{aligned}$$

Ответ: 11.

Пример 6.

Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?



Пусть масса первого раствора x , масса второго равна y . Масса получившегося раствора равна $x + y + 10$.
Запишем два уравнения, для количества кислоты.

$$\begin{cases} 0,3x + 0,6y = 0,36(x + y + 10) \\ 0,3x + 0,6y + 0,5 \cdot 10 = 0,41(x + y + 10) \end{cases}$$

Решаем получившуюся систему. Сразу умножим обе части уравнений на 100, поскольку с целыми коэффициентами удобнее работать, чем с дробными. Раскроем скобки.

$$\begin{cases} 30x + 60y = 36x + 36y + 360 \\ 30x + 60y + 50 = 41x + 41y + 410 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y - x = 60 \\ 11x - 19y = 90 \end{cases}$$

$$x = 60, y = 30$$

Ответ: 60.

Пример 7.

Сплав меди и цинка массой 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди следует к нему добавить, чтобы получить сплав, содержащий 60% меди?

Решение 1

Пусть к исходному сплаву добавили x кг чистой меди. Тогда масса сплава стала равна $(36 + x)$ кг. В исходном сплаве медь составляла $45\% = 0,45$ от исходной массы сплава, то есть меди было $0,45 \cdot 36 = 16,2$ кг. В новом сплаве меди стало $(16,2 + x)$ кг, и эта масса должна составлять $60\% = 0,6$ от новой массы сплава $(36 + x)$ кг:

	Масса сплава, кг	Концентрация меди в сплаве	Масса меди в сплаве, кг
Исходный сплав	36	0,45	$0,45 \cdot 36 = 16,2$
Новый сплав	$36 + x$	0,6	$16,2 + x$

Составим и решим уравнение:

$$0,6 \cdot (36 + x) = 16,2 + x,$$

$$21,6 + 0,6x = 16,2 + x,$$

$$0,4x = 5,4,$$

$$x = 5,4 \div 0,4 = 13,5 \text{ (кг)}.$$



Решение 2.

Концентрация цинка уменьшилась со $100 - 45 = 55\%$ до $100 - 60 = 40\%$, то есть в

$55 \div 40 = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$ раза. Но масса цинка после добавки меди не изменилась.

Значит, в $\frac{3}{8}$ раза увеличилась масса сплава. Тогда добавка массы составила $\frac{3}{8}$ от

исходной массы, то есть $\frac{3}{8} \cdot 36 = 13,5$ кг. А это и есть масса добавленной меди.

Пример 8.

Первый раствор содержит активное вещество и воду в равных по массе долях. Во втором растворе активное вещество составляет только 25% массы. Третий раствор получен смешением 3 кг первого раствора и 1 кг второго. Какова массовая доля активного вещества в третьем растворе?

Решение.