



«Решение задач на совместную работу (практика)»

Примеры решения задач

Пример 1.

Обе трубы наполняют бассейн за 6 часов, а первая труба — за 10 часов. За сколько часов наполнит бассейн вторая труба?

Решение.

Объем бассейна примем за 1. Тогда за 1 час две трубы заполнят $\frac{1}{6}$ часть бассейна, первая труба за 1 час заполнит $\frac{1}{10}$ часть бассейна. Значит, вторая труба за 1 час заполнит $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ часть бассейна. Весь бассейн вторая труба заполнит за $1 : \frac{1}{15} = \frac{15}{1} = 15$ часов.

Ответ

15



Пример 2.

Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если ёмкость объёмом 420 литров она заполняет на 15 минут дольше, чем вторая труба заполняет ёмкость объёмом 280 литров?

Решение.

Пусть первая труба пропускает x литров воды в минуту. Тогда вторая труба пропускает за одну минуту $x + 2$ литра. Первая труба заполняет ёмкость объёмом 420 литров за время $\frac{420}{x}$ мин, а вторая труба заполняет ёмкость объёмом 280 литров за $\frac{280}{x + 2}$ мин, что различается на 15 минут.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{420}{x} - \frac{280}{x + 2} = 15,$$

$$\frac{84}{x} - \frac{56}{x + 2} = 3,$$

$$84(x + 2) - 56x = 3x(x + 2),$$

$$28x + 168 = 3x^2 + 6x,$$

$$3x^2 - 22x - 168 = 0,$$

$$x_1 = 12, x_2 = -\frac{14}{3}.$$

Отрицательное значение не удовлетворяет условию. Первая труба пропускает 12 литров воды в минуту.

Ответ

12



Пример 3.

Один рабочий может выполнить заказ за 9 часов, другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят весь заказ оба рабочих вместе?

Решение.

Весь заказ примем за 1, тогда $\frac{1}{9}$ — часть работы, выполненная первым рабочим за 1 час, $\frac{1}{6}$ — часть работы, выполненная вторым рабочим за 1 час. Тогда часть работы, выполненная двумя рабочими за 1 час равна $\frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$. Всю работу оба рабочих выполняют за $1 : \frac{5}{18} = \frac{18}{5} = 3,6$ часа.

Ответ

3,6

Пример 4.

Заказ на 180 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час изготавливает второй рабочий, если первый за час успевает сделать на 2 детали больше?

Решение.

Пусть x деталей делает второй рабочий за один час. Тогда первый рабочий за один час делает $(x + 2)$ деталей. Время, за которое первый рабочий выполнит заказ на изготовление 180 деталей, равно $\frac{180}{x+2}$ ч, второй рабочий $\frac{180}{x}$ ч.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3,$$

$$180(x+2-x) = 3x(x+2),$$

$$120 = x^2 + 2x,$$

$$x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$x_1 = -12, x_2 = 10.$$

Отрицательное значение не удовлетворяет условию. Второй рабочий делает 10 деталей в час.

Ответ

10



Пример 5.

Ремонт одной и той же квартиры Виктор и Алексей делают за 8 дней. Андрей, работая с Виктором, затрачивают на работу столько же времени. Однако, Андрею с Алексеем на ремонт требуется 12 дней. Сколько дней займет ремонт квартиры при одновременной работе всех трех мастеров?

Решение.

Примем объем работы за единицу. Пусть x — количество дней, за которое необходимо выполнить всю работу Виктору; за y дней работу выполнит Алексей, Андрей выполнит всю работу за z дней; тогда $\frac{1}{x}$ — производительность Виктора, $\frac{1}{y}$ — производительность Алексея, $\frac{1}{z}$ — производительность Андрея.

По первому условию Виктор и Алексей сделают всю работу за 8 дней, значит, их общая производительность $\frac{1}{8}$. Составим уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$.

По второму условию Виктор и Андрей сделают всю работу за 8 дней. Значит, их общая производительность $\frac{1}{8}$. Составим уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8}$.

По третьему условию Андрей и Алексей выполнят всю работу за 12 дней. Значит, их общая производительность $\frac{1}{12}$. Составим уравнение $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12}$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{12}; \end{cases}$$

$$2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12},$$

$$2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6},$$

$$1 : \frac{1}{6} = 6 \text{ (дней)}.$$

Итак, всю работу Виктор, Алексей и Андрей сделают за 6 дней.

Ответ

6



Пример 6.

Два маляра могут выполнить работу по покраске стен помещения за 15 дней, а первый из них в одиночку — за 20 дней. Сколько дней необходимо второму маляру, чтобы выполнить работу самостоятельно?

Решение.

Пусть x — производительность труда первого маляра, y — производительность труда второго маляра. Тогда $x + y$ — производительность труда обоих маляров при совместной работе. Обозначив всю проделанную работу по покраске стен за 1, получим, что первый маляр проделает эту работу в одиночку за $\frac{1}{x}$ дней, второй маляр — за $\frac{1}{y}$ дней, а два маляра, работая вместе, — за $\frac{1}{x + y}$ дней. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x + y} = 15 \\ \frac{1}{x} = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{15} - \frac{1}{20}, \\ x = \frac{1}{20}; \end{cases}$$

откуда $y = \frac{1}{60}$, $\frac{1}{y} = 60$ дней. Таким образом, второй маляр, работая самостоятельно, выполнит всю работу за 60 дней.

Ответ

60



Пример 7.

Первый рабочий обтачивает на токарном станке на 1 заготовку в день меньше, чем второй. При этом известно, что на обработку 420 деталей ему потребуется на 9 дней больше, чем второму на обтачивание 252 деталей. Определите, сколько деталей в день способен обточить второй рабочий.

Решение.

Допустим, что второй рабочий за день способен обработать x деталей. В это время первый сделает $x - 1$ деталь. Время, которое нужно первому рабочему на то, чтобы выточить 420 деталей, равно $\frac{420}{x-1}$ дней, второй же выточит 252 детали за $\frac{252}{x}$ дней.

С учетом того, что на выполнение указанной работы первому рабочему нужно на 9 дней больше, чем второму, получаем уравнение:

$$\frac{420}{x-1} - \frac{252}{x} = 9$$

Решаем его относительно x :

$$\frac{420}{x-1} - \frac{252}{x} = 9 \cdot x(x-1)$$

$$420 \cdot x - 252 \cdot (x-1) = 9x \cdot (x-1)$$

$$9 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 420 \cdot x + 252 \cdot x - 252 = 0$$

$$9 \cdot x^2 - 177 \cdot x - 252 = 0 \quad | : 3$$

$$3 \cdot x^2 - 59 \cdot x - 84 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-59)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-84) = 3481 + 1008 = 4489$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{59 - 67}{6} = -\frac{8}{6}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{59 + 67}{6} = \frac{126}{6} = 21$$

Количество деталей в час может быть только положительным числом, поэтому единственный ответ: $x_2 = 21$ деталь делает второй рабочий за рабочий день.



Пример 8.

Через первую трубу в бассейн попадает на 8 литров воды в минуту меньше, чем через вторую. Определите, сколько первая труба пропускает литров в минуту, если она заполняет бассейн объемом 180 литров на 8 минут дольше второй.

Решение.

Пусть x – пропускная способность первой трубы. Тогда пропускная способность второй равна $x + 8$ литров. Первая труба заполняет бассейн объемом 180 литров за время $\frac{180}{x}$, соответственно вторая труба заполняет его за время $\frac{180}{x + 8}$. Мы знаем, что вторая труба заполняет бассейн на 8 минут быстрее первой, поэтому можем составить уравнение:

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x + 8} = 8$$

$$180(x + 8) - 180x = 8x(x + 8)$$

$$180x + 180 \cdot 8 - 180x = 8x^2 + 64x$$

$$8x^2 + 64x - 180 \cdot 8 = 0$$

$$x^2 + 8x - 180 = 0$$

Данное квадратное уравнение имеет два решения. Найдём дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = 64 - 4 \cdot 1 \cdot (-180) = 784$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm 28}{2}$$

$$x_1 = 10; \quad x_2 = -18$$

Так как пропускная способность воды не может быть отрицательной, то правильным ответом будет 10 литров

Ответ

10