



## «Решение задач на совместную работу (теория)»

### Примеры решения задач

#### Пример 1.

Заказ на 130 деталей Андрей выполняет на 3 часа быстрее, чем Борис. Сколько деталей в час делает Андрей, если известно, что за час он делает на 3 детали больше, чем Борис?

Пусть Андрей выполнил заказ за  $t$  ч с производительностью  $x$  деталей в час. Борис работал  $(t + 3)$  ч с производительностью  $(x - 3)$  деталей в час. Оба они изготовили по 130 деталей:

|        | Производительность, дет./ч | Время, ч | Работа, дет. |
|--------|----------------------------|----------|--------------|
| Андрей | $x$                        | $t$      | 130          |
| Борис  | $x - 3$                    | $t + 3$  | 130          |

Работа равна производительности, умноженной на время. Запишем и решим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} x \cdot t = 130, \\ (x - 3) \cdot (t + 3) = 130. \end{cases}$$

Раскроем во втором уравнении скобки и подставим из первого уравнения вместо  $xt = 130$ :

$$130 + 3x - 3t - 9 = 130,$$

$$3x - 3t - 9 = 0,$$

$$x - t - 3 = 0.$$

Подставим  $t = x - 3$  в первое уравнение системы, получаем квадратное уравнение:

$$x(x - 3) = 130,$$

$$x^2 - 3x - 130 = 0.$$

Отрицательный корень  $x = -10$  не подходит по смыслу задачи, а положительный —  $x = 13$



### Пример 2.

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 30 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 4 дня?

Решение.

Возьмем весь объем работы за единицу. Производительность труда первого рабочего обозначим  $x$ , второго —  $y$ . Так как рабочие, выполняя работу вместе, могут сделать ее за 20 дней, запишем уравнение:  $\frac{1}{x+y} = 20$ .

Также известно, что первый рабочий за 3 дня выполняет такую же часть работы, которую второй — за 4 дня. Отсюда  $3x = 4y$ .

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 20 \\ 3x = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{20} - x \\ 3x = 4 \cdot \left( \frac{1}{20} - x \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{20} - x \\ 7x = \frac{4}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{20} - x \\ x = \frac{1}{35} \end{cases}$$

Итак, производительность труда первого рабочего равна  $\frac{1}{35}$ . Значит, он выполнит работу за 35 дней.



### Пример 3.

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 5 дней выполняет такую же часть работы, какую второй — за 3 дня?

Возьмем весь объем работы за единицу. Производительность труда первого рабочего обозначим  $x$ , второго —  $y$ . Так как рабочие, выполняя работу вместе, могут сделать ее за 12 дней, запишем уравнение:  $\frac{1}{x+y} = 12$ .

Также известно, что первый рабочий за 5 дней выполняет такую же часть работы, которую второй — за 3 дня. Отсюда  $5x = 3y$ .

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 12 \\ 5x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{12} - x \\ 5x = 3 \cdot \left( \frac{1}{12} - x \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{12} - x \\ 8x = \frac{3}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{12} - x \\ x = \frac{1}{32} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y : \\ x : \end{cases}$$

Итак, производительность труда первого рабочего равна  $\frac{1}{32}$ . Значит, он выполнит работу за 32 дня.