E-mail: study@etginpro.ru
Тел.: 8 800 250 62 49

«Решение задач на проценты (практика)»

Примеры решения задач

Повторение прошлой темы.

Пример 1.

Товар на распродаже уценили на 15%, при этом он стал стоить 680 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Решение:

До понижения цены товар стоил 100%. Цена на товар после распродажи уменьшилась на 15%, т.е. стала 100 – 15 = 85 (%), в рублях эта величина равна 680 рублей.

1 способ.

680 : 85 = 8 (руб.) – в 1%

8 • 100 = 800 (руб.) – стоил товар до распродажи.

2 способ.

Это задача на нахождение числа по его проценту, решается делением числа на соответствующий ему процент и путем обращения полученной дроби в проценты, умножением на 100, или действием деления на дробь, полученную при переводе из процентов.

680 : 85 • 100 = 800 (руб.) или 680 : 0,85 = 800 (руб.)

3 способ.

С помощью пропорции:

680 руб. – 85 %

x руб. – 100 %, получим x = 680 • 100 / 85 = 800 (руб.)

Ответ: 800 рублей стоил товар до распродажи.

E-mail: study@etginpro.ru
Тел.: 8 800 250 62 49

Решение задач на смеси и сплавы, с использованием понятий «процентное содержание», «концентрация», «% -й раствор».

Самые простые задачи этого типа приведены ниже.

Пример 2.

Сколько кг соли в 10 кг соленой воды, если процентное содержание соли 15%.

Решение:

10 • 0,15 = 1,5 (кг) соли.

Ответ: 1,5 кг.

Процентное содержание вещества в растворе (например, 15%), иногда называют %-м раствором (например, 15%-й раствор соли).

Пример 3.

Сплав содержит 10 кг олова и 15 кг цинка. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?

Решение:

Процентное содержание вещества в сплаве — это часть, которую составляет вес данного вещества от веса всего сплава.

1. 10 + 15 = 25 (кг) - сплав;
2. 10: 25 • 100% = 40% - процентное содержание олова в сплаве;
3. 15: 25 • 100% = 60% - процентное содержание цинка в сплаве.

Ответ: 40%, 60%.

В задачах этого типа основным является понятие «концентрация». Что же это такое?

Рассмотрим, например, раствор кислоты в воде.

Пусть в сосуде содержится 10 литров раствора, который состоит из 3 литров кислоты и 7 литров воды. Тогда относительное (по отношению ко всему объему) содержание кислоты в растворе равно. Это число и определяет концентрацию кислоты в растворе. Иногда говорят о процентном содержании кислоты в растворе. В приведенном примере процентное содержание будет таково:.

Как видно, переход от концентрации к процентному содержанию и наоборот весьма прост.

Итак, пусть смесь массы M содержит некоторое вещество массой m.

Тогда:

- концентрацией данного вещества в смеси (сплаве) называется величина;
- процентным содержанием данного вещества называется величина c×100%;

Из последней формулы следует, что при известных величинах концентрации вещества и общей массы смеси (сплава) масса данного вещества определяется по формуле m=c×M.

Задачи на смеси (сплавы) можно разделить на два вида:

1. Задаются, например, две смеси (сплава) с массами m1 и m2 и с концентрациями в них некоторого вещества, равными соответственно c1 и c2. Смеси (сплавы) сливают (сплавляют). Требуется определить массу этого вещества в новой смеси (сплаве) и его

новую концентрацию. Ясно, что в новой смеси (сплаве) масса данного вещества равна c1m1+c2m2, а концентрация.

2. Задается некоторый объем смеси (сплава) и от этого объема начинают отливать (убирать) определенное количество смеси (сплава), а затем доливать (добавлять) такое же или другое количество смеси (сплава) с такой же концентрацией данного вещества или с другой концентрацией. Эта операция проводится несколько раз.

При решении таких задач необходимо установить контроль за количеством данного вещества и его концентрацией при каждом отливе, а также при каждом добавлении смеси. В результате такого контроля получаем разрешающее уравнение. Рассмотрим конкретные задачи.

Если концентрация вещества в соединении по массе составляет P%, то это означает, что масса этого вещества составляет P% от массы всего соединения.

Пример 4.

Концентрация серебра в сплаве 300 г составляет 87%. Это означает, что чистого серебра в сплаве 261 г.

Решение:

300 • 0,87 = 261 (г).

В этом примере концентрация вещества выражена в процентах.

Отношения объема чистого компонента в растворе ко всему объему смеси называется объемной концентрацией этого компонента.

Сумма концентраций всех компонентов, составляющих смесь, равна 1.

Если известно процентное содержание вещества, то его концентрация находится по формуле:

К = Р/100%,

где К - концентрация вещества;

Р - процентное содержание вещества (в процентах).

Пример 5.

Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные – 25%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 45 кг высушенных фруктов?

Решение:

Если в свежих фруктах содержится 75% воды, то сухого вещества будет 100 – 75 = 25 (%), а высушенные – 25%, то сухого вещества в них будет 100 – 25 = 75 (%).

При оформлении решения задачи можно использовать таблицу:

Общая масса, кг | Концентрация сухого вещества | Масса сухого вещества

Свежие фрукты x 25% = 0,25 0,25 • x

Высушенные фрукты 45 75% = 0,75 0,75 • 45 = 33,75

Т. к. масса сухого вещества для свежих и высушенных фруктов не меняется, то получим уравнение:

E-mail: study@etginpro.ru
Тел.: 8 800 250 62 49

0,25 • x = 33,75;

x = 33,75 : 0,25;

x = 135 (кг) – требуется свежих фруктов.

Ответ: 135 кг.

Пример 6.

Три килограмма черешни стоят столько же, сколько пять килограммов вишни, а три килограмма вишни – столько же, сколько два килограмма клубники. На сколько процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни?

Решение:

Из первого предложения задачи получаем следующие равенства:

3ч = 5в,

3в = 2к.

Из которых можно выразить: ч = 5в/3, к = 3в/2.

Таким образом можно составить пропорцию:

5в/3 – 100%

3в/2 – x %, получим x = (3 • 100 • в •3)/(2 • 5 • в), x = 90% составляет стоимость килограмма клубники от стоимости килограмма черешни.

Значит, на 100 – 90 = 10 (%) – килограмм клубники дешевле килограмма черешни.

Ответ: на 10 процентов килограмм клубники дешевле килограмма черешни.

E-mail: study@etginpro.ru
Тел.: 8 800 250 62 49

Решение задач на «сложные» проценты, с использованием понятия коэффициента увеличения (уменьшения).

Чтобы увеличить положительное число А на р процентов, следует умножить число А на коэффициент увеличения К = (1 + 0,01р).
Чтобы уменьшить положительное число А на р процентов, следует умножить число А на коэффициент уменьшения К = (1 – 0,01р).

Пример 8.

Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 5000 рублей, а окончательная 4050 рублей?

Решение:

1 способ.

Т.к. цена товара снижалась на одно и то же число %, обозначим число % за х. Пусть в первый и второй раз цена товара была понижена на х %, тогда после первого понижения цена товара стала (100 – х) %.

Составим пропорцию

5000 руб. – 100%

у руб. – (100 – х)%, получим у = 5000 • (100 – х) / 100 = 50 • (100 – х) рублей – стоимость товара после первого понижения.

Составим новую пропорцию уже по новой цене:

50 • (100 – х) руб. – 100%

z руб. – (100 – х)%, получим z = 50 • (100 – х) (100 – х) / 100 = 0,5 • (100 – х)2 рублей – стоимость товара после второго понижения.

Получим уравнение 0,5 • (100 – х)2 = 4050. Решив его, получим, что х = 10 % .

2 способ.

Т.к. цена товара снижалась на одно и то же число %, обозначим число % за х, х % = 0,01 х.

Используя понятие коэффициента уменьшения, сразу получаем уравнение:

5000 • (1 – 0,01х)2 = 4050.

Решив его, получим, что х = 10 %.

Ответ: на 10 % снижалась цена товара каждый раз.

E-mail: study@etginpro.ru
Тел.: 8 800 250 62 49

Решение «банковских» задач в новой версии ЕГЭ-2016 по математике.

Пример 8.

15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- *1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;*
- *15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.*

Известно, что восьмая выплата составила 108 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

Решение:

1) Пусть А – сумма кредита, 1 % = 0,01.

Тогда 1,01А долг после первого месяца.

Со 2-го по 14-е число производится выплата А/15 +0,01А.

После чего сумма долга составит 1,01А – А/15 – 0,01А = 14А/15.

При такой схеме долг становится на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Через 2 месяца получаем: 1,01• 14А/15.

Второй платеж А/15 + 0,01• 14А/15.

Тогда долг после второго платежа 13А/15.

Аналогично получаем, что восьмая выплата будет иметь вид:

А/15 + 0,01• 8А/15 = А/15 • (1 + 0,08) = 1,08А/15.

А по условию она равна 108 тыс. рублей. Значит, можно составить и решить уравнение:

1,08А/15 = 108,

А=1500 (тыс. руб.) – исходная сумма долга.

2) Чтобы найти сумму, которую нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования, мы должны найти сумму всех выплат по кредиту.

Сумма всех выплат по кредиту будет иметь вид:

(А/15 + 0,01А) + (А/15 + 0,01• 14А/15) + (А/15 + 0,01• 13А/15) + … + (А/15 + 0,01• А/15) = А + 0,01А/15 (15+14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1) = А + (0,01• 120А)/15 = 1,08А.

Значит, 1,08 • 1500 = 1620 (тыс. руб.) = 1620000 рублей нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования.

Ответ: 1620000 рублей.