



«Решение задач по стереометрии (теория, практика)»

Нахождение угла между плоскостями (двугранный угол)

Двугранный угол – угол, образованный двумя полуплоскостями и прямой a , которая является их общей границей.

Чтобы найти угол между плоскостями ξ и π , нужно найти линейный угол (причем острый или прямой) двугранного угла, образованного плоскостями ξ и π :

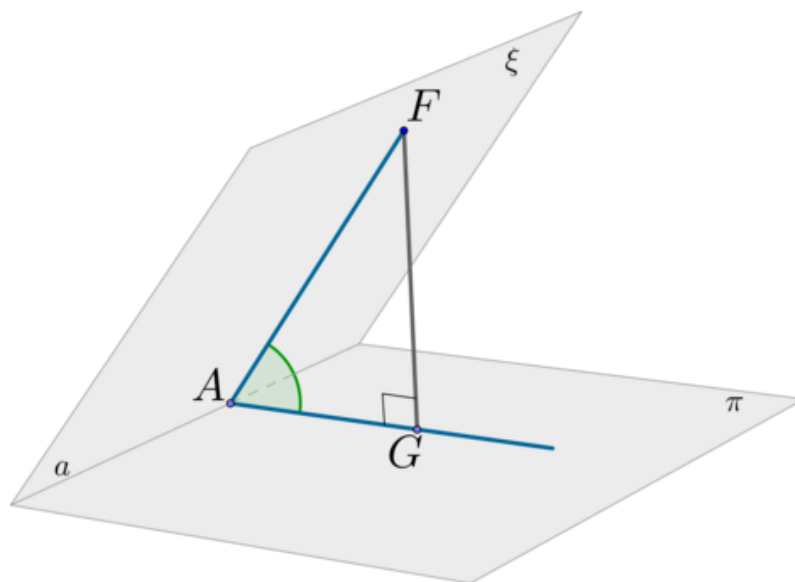
Шаг 1: пусть $\xi \cap \pi = a$ (линия пересечения плоскостей). В плоскости ξ отметим произвольную точку F и проведем $FA \perp a$;

Шаг 2: проведем $FG \perp \pi$;

Шаг 3: по ТТП (FG – перпендикуляр, FA – наклонная, AG – проекция) имеем: $AG \perp a$;

Шаг 4: угол $\angle FAG$ называется линейным углом двугранного угла, образованного плоскостями ξ и π .

- Заметим, что треугольник AGF – прямоугольный.
- Заметим также, что плоскость AFG , построенная таким образом, перпендикулярна обеим плоскостям ξ и π .
- Следовательно, можно сказать по-другому: угол между плоскостями ξ и π — это угол между двумя пересекающимися прямыми $c \in \xi$ и $b \in \pi$, образующими плоскость, перпендикулярную и ξ , и π .





Задание 1*

Дана четырехугольная пирамида, все ребра которой равны, причем основание является квадратом. Найдите $6 \cos \alpha$, где α – угол между ее смежными боковыми гранями.

Решение:

1. Пусть $SABCD$ – данная пирамида (S – вершина), ребра которой равны a . Следовательно, все боковые грани представляют собой равные равносторонние треугольники.
2. Найдём угол между гранями SAD и SCD . Проведем $CH \perp SD$.
3. Так как $\triangle SAD = \triangle SCD$, то AH также будет высотой в $\triangle SAD$. Следовательно, по определению $\angle AHC = \alpha$ – линейный угол двугранного угла между гранями SAD и SCD .
4. Так как в основании лежит квадрат, то $AC = a\sqrt{2}$.
5. Заметим также, что $CH = AH$ – высота равностороннего треугольника со стороной a , следовательно, $CH = AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.
6. Тогда по теореме косинусов из $\triangle AHC$: $\cos \alpha = \frac{CH^2 + AH^2 - AC^2}{2CH \cdot AH} = -\frac{1}{3} \Rightarrow 6 \cos \alpha = -2$.

Ответ: -2

