

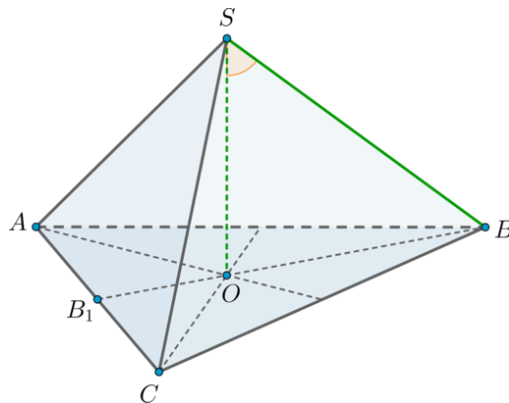


Задание 1

Дана правильная треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S . Найдите угол между высотой пирамиды и ребром SB , если высота пирамиды равна $2\sqrt{3}$, а сторона основания пирамиды равна 6. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Так как пирамида правильная, то в основании лежит правильный треугольник, следовательно, высота SO падает в точку пересечения медиан основания.
2. Пусть BB_1 – медиана, а значит, и высота.
По теореме Пифагора $BB_1 = \sqrt{BC^2 - B_1C^2} = 3\sqrt{3} \Rightarrow BO = \frac{2}{3}BB_1 = 2\sqrt{3}$, так как медианы точкой пересечения делятся в отношении 2:1, считая от вершины.
3. Следовательно, прямоугольный $\triangle SOB$ является равнобедренным ($SO = BO = 2\sqrt{3}$), значит, острые углы равны по 45° .



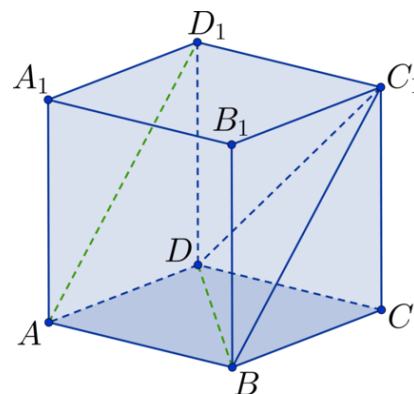
Ответ: 45

Задание 2

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между прямыми AD_1 и BD . Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Заметим, что $BC_1 \parallel AD_1$, тогда рассмотрим треугольник $\triangle BDC_1$, в котором необходимо определить $\angle DBC_1$. Он состоит из диагоналей соответствующих квадратов.
2. Так как квадраты между собой равны, то равны и диагонали $\Rightarrow \triangle BDC_1$ – равносторонний треугольник $\Rightarrow \angle DBC_1 = 60^\circ$.



Ответ: 60

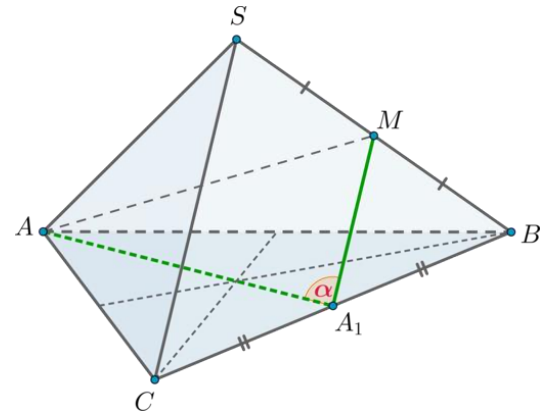


Задание 3*

Дана правильная треугольная пирамида $SABC$ с вершиной S . Найдите косинус угла между высотой основания AA_1 и ребром SC , если сторона основания равна $\sqrt{3}$, а боковое ребро равно 2.

Решение:

1. Так как пирамида правильная, то в основании лежит правильный треугольник, следовательно, AA_1 также является и медианой.
2. Заметим, что прямые AA_1 и SC скрещиваются.
3. Проведем $A_1M \parallel SC$, следовательно, $\angle(AA_1, SC) = \angle(AA_1, A_1M)$.
4. Так как $A_1M \parallel SC$ и A_1 – середина BC , то M – середина SB . Следовательно, A_1M – средняя линия и $A_1M = \frac{1}{2}SC = 1$.



5. По теореме Пифагора из $\triangle ABA_1$: $AA_1 = \sqrt{AB^2 - A_1B^2} = \frac{3}{2}$.
6. Медиану AM из $\triangle SAB$ можно найти по формуле медианы: $AM^2 = \frac{2AS^2 + 2AB^2 - SB^2}{4} = \frac{5}{2}$.
7. Следовательно, по теореме косинусов из $\triangle AA_1M$: $\cos \alpha = \frac{AA_1^2 + A_1M^2 - AM^2}{2AA_1 \cdot A_1M} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25