



«Задачи на нахождение площади и периметра треугольника»

Практика

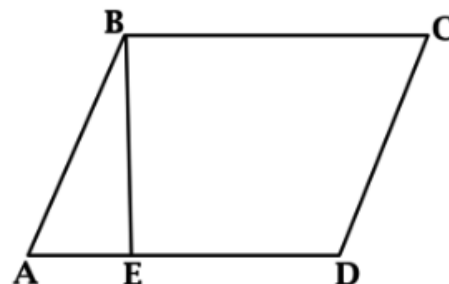
Задание 1

В параллелограмме $ABCD$: BE – высота, $BE = ED = 5$. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 35. Найдите длину AE .

Решение:

Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, проведённую к этому основанию, тогда $35 = BE \cdot AD = 5 \cdot (5 + AE)$, откуда находим $AE = 2$.

Ответ: 2



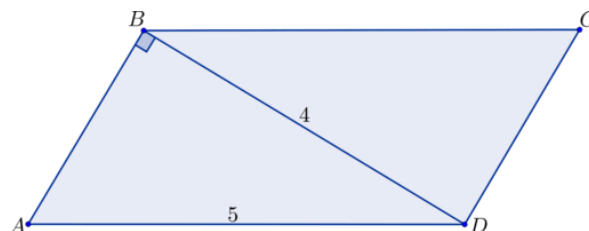
Задание 2

Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ перпендикулярна стороне DC и равна 4. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AD=5$.

Решение:

- по теореме Пифагора находим:
 $AB^2 = AD^2 - BD^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AB = 3$.
- $S_{ABCD} = 4 \cdot 3 = 12$.

Ответ: 12



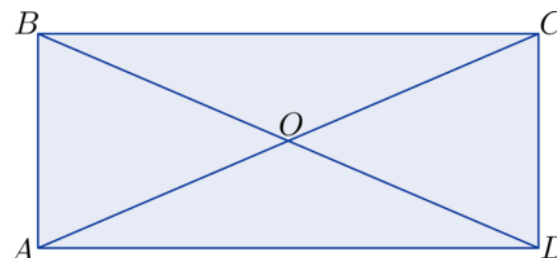
Задание 3

Площадь прямоугольника равна 16. Найдите наименьшую из площадей треугольников, образующихся при пересечении диагоналей данного прямоугольника.

Решение:

- Диагонали разобьют прямоугольник на 4 равных по площади треугольника. Действительно, т.к. $\triangle ABC = \triangle ADC$, то и их площади равны.
- Т.к. медиана делит треугольник на два треугольника, равных по площади, то $S_{ABO} = S_{CBO}$ и $S_{ADO} = S_{CDO}$. Площадь каждого треугольника равна 4.

Ответ: 4



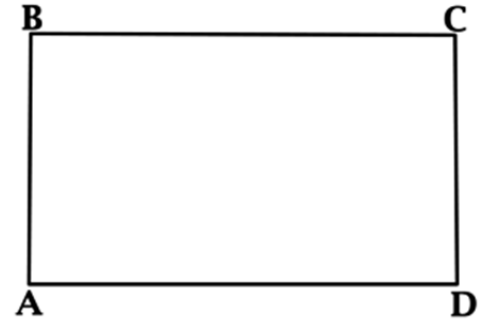


Задание 4

Периметр прямоугольника $ABCD$ равен 26, а его площадь равна 40. Найдите разность большей и меньшей сторон этого прямоугольника.

Решение:

1. Так как прямоугольник является частным случаем параллелограмма, то у него противоположные стороны равны.
2. Обозначим длину прямоугольника за a , а его ширину за b , тогда $a \cdot b = 40$, $a + b + a + b = 2(a + b) = 26$, откуда $b = 13 - a$ и, значит, $a \cdot (13 - a) = 40$, что равносильно $a^2 - 13a + 40 = 0$. Дискриминант $D = 13^2 - 4 \cdot 40 = 9 = 3^2$, корни $a_1 = 0,5(13 + 3) = 8$, $a_2 = 0,5(13 - 3) = 5$.
3. При $a = 5$ получаем $b = 8$, но $a \geq b$, тогда $a = 8$, $b = 5$ и разность большей и меньшей сторон равна $8 - 5 = 3$.



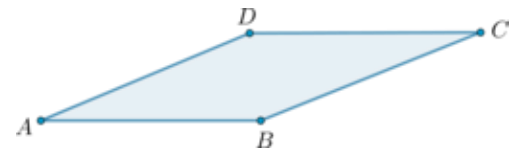
Ответ: 3

Задание 5

Площадь ромба равна 6. Одна из его диагоналей в три раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.

Решение:

1. Пусть меньшая диагональ равна d , тогда большая равна $3d$.
2. Так как площадь ромба равна половине произведения диагоналей, то $6 = S = 0,5 \cdot d \cdot 3d \Rightarrow d = 2$



Ответ: 2

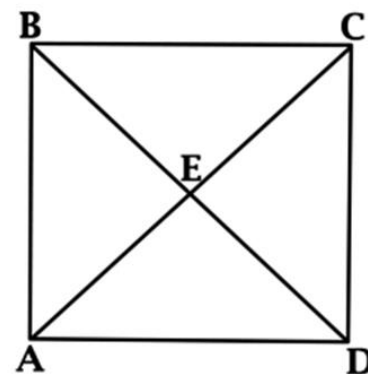


Задание 6

В квадрате $ABCD$ расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 5. Найдите площадь этого квадрата.

Решение:

1. Пусть E – точка пересечения диагоналей квадрата $ABCD$. В квадрате диагонали равны, пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, тогда $AE = ED$ и $\angle DAE = \angle EDA$.
2. Так как квадрат является и ромбом, то в квадрате диагонали делят углы пополам, тогда $\angle DAE = 0,5 \cdot 90^\circ = 45^\circ$, тогда $\angle AED = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$.
3. В треугольнике ADE опустим из E высоту EF на AD (длина EF и есть расстояние от точки E до стороны).
4. Так как $AE = ED$, то EF является и медианой, но в прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы, тогда $EF = 0,5 \cdot AD$.
5. Аналогично остальные расстояния от E до сторон квадрата равны половине стороны квадрата, тогда $AD = 10$, следовательно, площадь квадрата $ABCD$ равна 100.

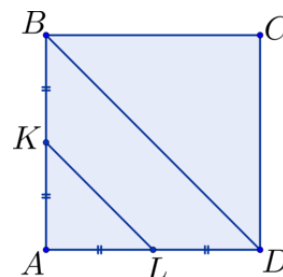


Ответ: 100

Задание 7

В квадрате $ABCD$ расстояние от середины AB до середины AD равно 3. Найдите площадь квадрата $ABCD$.

Решение: Отрезок KL , соединяющий середины AB и AD , является средней линией в $\triangle ABD \Rightarrow 2 \cdot KL = BD \Rightarrow$ диагональ $BD = 6 = AC \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18$.



Ответ: 18

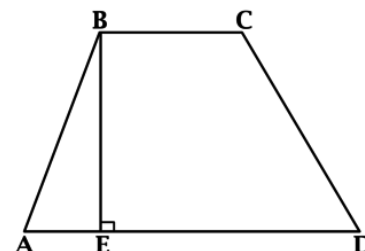


Задание 8

В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 5$ и $AD = 2 \cdot BC$ проведена высота BE . Найдите отношение площади трапеции к длине этой высоты.

Решение:

1. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
2. Полусумма оснований трапеции $ABCD$ равна $0,5(5 + 2 \cdot 5) = 7,5$.
3. Площадь трапеции $ABCD$ равна $7,5BE$, тогда $\frac{S_{ABCD}}{BE} = 7,5$.



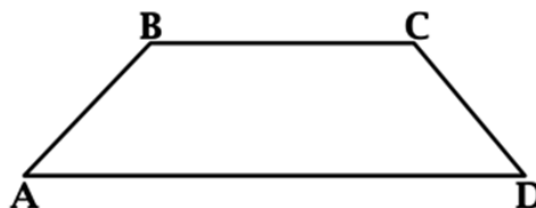
Ответ: 7,5

Задание 9

Основания AD и BC трапеции $ABCD$ равны соответственно 20 и 12, одна из боковых сторон равна 10, площадь трапеции $ABCD$ равна 80. Найдите острый угол трапеции $ABCD$, который образует эта боковая сторона с одним из оснований. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Пусть $AB = 10$, BE – перпендикуляр к AD , точка E лежит на AD .
2. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту, тогда $80 = 0,5(20 + 12) \cdot BE$.
3. $BE = 5 = 0,5 \cdot AB$.
4. Треугольник ABE , – прямоугольный, причём $BE = 0,5 \cdot AB$, тогда угол, лежащий против катета BE , равен 30° .
5. $\angle BAE = 30^\circ$ – единственный острый угол трапеции $ABCD$, который образует AB с одним из оснований.



Ответ: 30

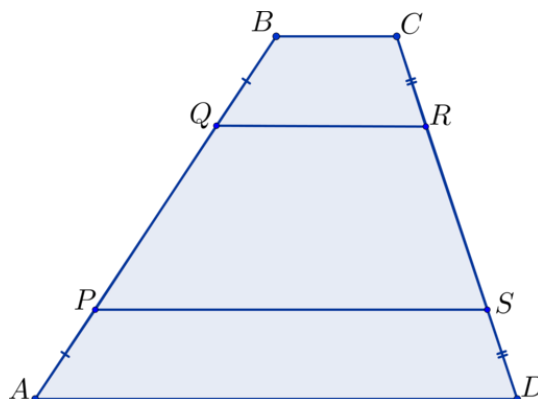


Задание 10*

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC : отрезки QR и PS параллельны основаниям, причем $AP = QB$ и $CR = SD$. Найдите основание BC , если $QR = 6,75$, $PS = 8,25$, а $AD = 12$.

Решение:

1. Т.к. QR и PS параллельны основаниям, то четырехугольник $PQRS$ также будет трапецией, причем средние линии $ABCD$ и $PQRS$ совпадают.
2. Средняя линия равна $\frac{1}{2} \cdot (QR + PS) = \frac{1}{2} \cdot (6,75 + 8,25) = 7,5$.
3. Тогда можно выразить верхнее основание через среднюю линию и нижнее основание следующим образом:
 $BC = 2 \cdot 7,5 - 12 = 3$.



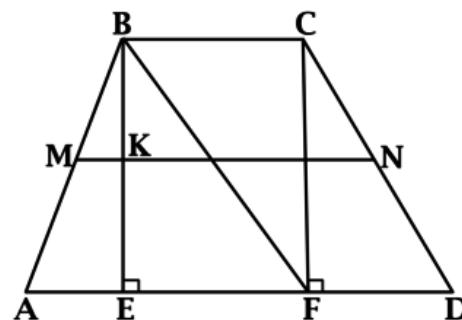
Ответ: 3

Задание 11*

В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC = 3$ и $AD > BC$ проведены высоты BE и CF . BE пересекает среднюю линию MN в точке K . Известно, что $MK = 1$, $DF = 2,4$, $BF = 5$. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

Решение:

1. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
2. Так как $BC \parallel AD$, то в $BCFE$ все углы прямые, следовательно, $BCFE$ – прямоугольник и $EF = BC = 3$.
3. Средняя линия в трапеции параллельна её основаниям, тогда $MK \parallel AE$.
4. При этом, M – середина AB , значит, MK – средняя линия в треугольнике ABE . Средняя линия треугольника равна половине его основания, тогда $AE = 2 \cdot MK = 2$.
5. $AD = AE + EF + FD = 2 + 3 + 2,4 = 7,4$.
6. Треугольник BCF – прямоугольный. $BC = 3$, $BF = 5$, откуда по теореме Пифагора:
 $CF^2 = BF^2 - BC^2 = 25 - 9 = 16$, то есть, $CF = 4$.
7. Площадь $ABCD$ равна $0,5(3 + 7,4) \cdot 4 = 20,8$.



Ответ: 20,8



Тестирование

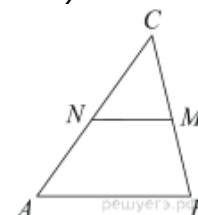
1. В прямоугольнике диагональ равна 10, угол между ней и одной из сторон равен 30° , длина этой стороны $5\sqrt{3}$. Найдите площадь прямоугольника, *деленную на $\sqrt{3}$*

2. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, основание $10\sqrt{2 - \sqrt{2}}$

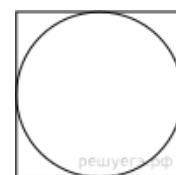
, а угол, лежащий напротив основания, равен 45° . Найдите площадь треугольника, *деленную на $\sqrt{2}$*

3. Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 6π , угол сектора равен 120° , а радиус круга равен 9. В ответ укажите площадь, *деленную на π* .

4. В треугольнике ABC отмечены середины M и N сторон BC и AC соответственно. Площадь треугольника CNM равна 38. Найдите площадь четырехугольника $ABMN$.



5. Основания трапеции равны 9 и 99, одна из боковых сторон равна 3, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{7}{9}$. Найдите площадь трапеции.



6. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 14.

7. Два катета прямоугольного треугольника равны 6 и 13. Найдите площадь этого треугольника.

8. Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O , $AC = 12$, $BD = 20$, $AB = 7$. Найдите DO .

9. Высота равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, *делённую на $\frac{\sqrt{3}}{3}$*

10. В прямоугольнике одна сторона равна 10, периметр равен 44. Найдите площадь прямоугольника.



Ключ:

№	Ответ
1	25
2	25
3	27
4	114
5	126
6	784
7	39
8	10
9	100
10	120