

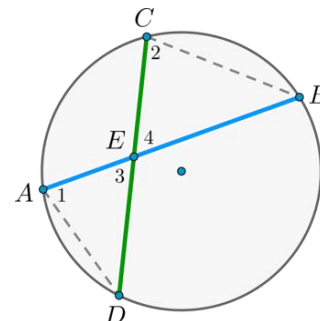


«Вписанные и описанные окружности, решение задач»

Теоремы, связанные с длинами отрезков

Теорема о произведении отрезков хорд

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



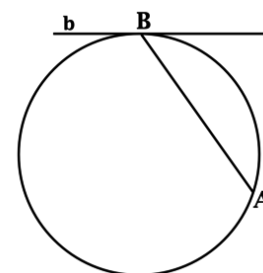
Практика

Задание 1

Прямая b касается окружности в точке B и образует с хордой AB угол, равный 55° . Найдите градусную меру дуги AB , которая меньше полуокружности. Ответ дайте в градусах.

Решение: Угол между касательной и хордой равен половине градусной меры дуги окружности, заключённой внутри него, следовательно градусная мера искомой дуги равна $2 \cdot 55^\circ = 110^\circ$.

Ответ: 110



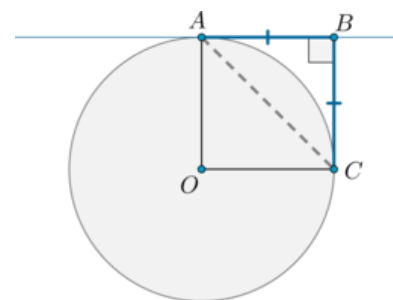
Задание 2

Прямая AB касается окружности в точке A . На окружности отмечена точка C так, что $CB \perp AB$ и $CB = AB$. Найдите центральный угол, опирающийся на меньшую дугу AC . Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Треугольник ABC – равнобедренный и прямоугольный, следовательно, $\angle BAC = 45^\circ$.
2. Т.к. угол между касательной AB и хордой AC равен половине дуги $\widehat{AC}$, заключенной между ними, то $\widehat{AC} = 90^\circ$.
3. Тогда центральный угол $\angle AOC = \widehat{AC} = 90^\circ$.

Ответ: 90



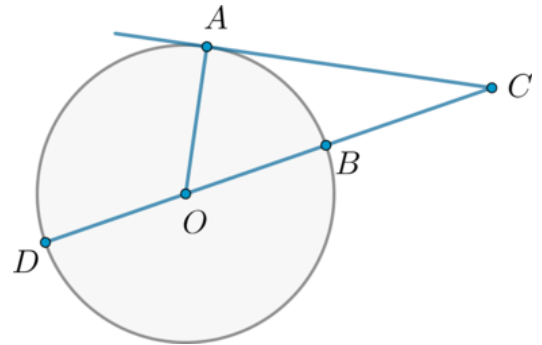


Задание 3

Угол ACO равен 24° . Его сторона CA касается окружности с центром в точке O . Найдите градусную меру дуги AD , заключенной внутри этого угла, где B и D – точки пересечения секущей CO с окружностью. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Найдём градусную меру меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Она равна центральному углу AOB , на нее опирающемуся.
2. Так как радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, то $\angle OAC = 90^\circ$. Следовательно, из $\triangle OAC$: $\angle AOC = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$.
3. Тогда $\angle AOD = 180^\circ - \angle AOC = 114^\circ$.
4. Дуга AD , заключенная внутри угла ACD , равна центральному углу AOD и равна 114° .



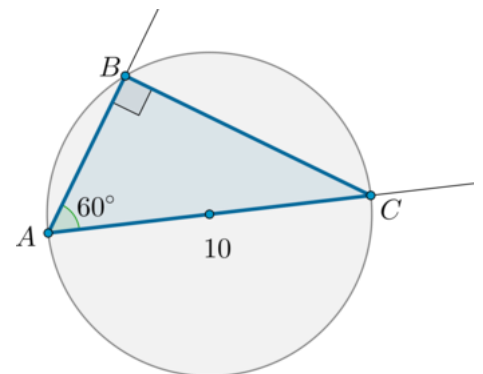
Ответ: 114

Задание 4*

Из точки A на окружности проведены две прямые, пересекающие повторно окружность в точках B и C , причем оказалось, что AC – диаметр, равный 10. Найдите длину отрезка AB , если угол между этими прямыми равен 60° .

Решение:

1. Рассмотрим $\triangle ABC$: он прямоугольный ($\angle B = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр), следовательно, $\angle C = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$.
2. Катет AB , лежащий против угла 30° равен половине гипотенузы AC , то есть равен 5.

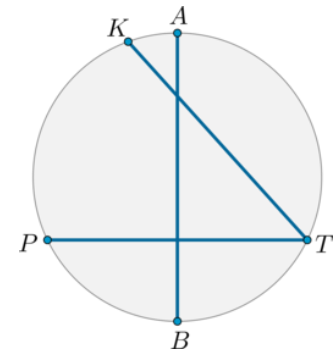


Ответ: 5



Задание 5*

На рисунке диаметр AB пересекает хорду PT и делит ее пополам, а также пересекает хорду KT . Дуга PB , меньшая полуокружности, равна 75° ; дуга AK , меньшая полуокружности, равна 15° . Найдите угол между прямыми AB и KT . Ответ дайте в градусах.



Решение:

1. Т.к. диаметр, делящий хорду пополам, перпендикулярен ей, то $AB \perp PT$.
Следовательно, $\triangle PNB = \triangle TNB$ как прямоугольные по двум катетам ($PN = TN, NB$ – общий). Следовательно, $PB = TB$.
2. Т.к. равные хорды стягивают равные дуги, то $\overset{\frown}{TB} = \overset{\frown}{PB} = 75^\circ$.
3. Тогда угол между хордами AB и KT равен полусумме дуг, заключенных между ними, то есть $0,5(15^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$.
4. Т.к. нам необходимо найти угол между прямыми (а это обязательно острый угол), то в данном случае он равен углу между данными хордами.

Ответ: 45

