



«Вписанные и описанные окружности, решение задач»

Градусная мера вписанного угла

Практика

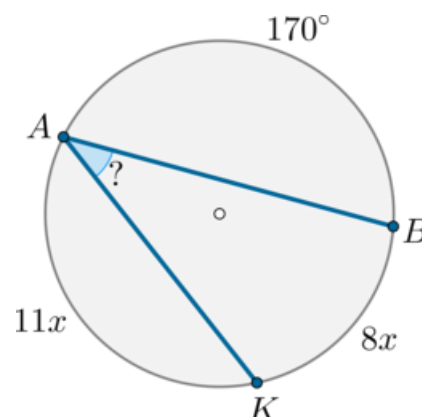
Задание 1

Точки A и B делят окружность на две дуги, одна из которых равна 170° , а другая точкой K делится в отношении $11:8$, считая от точки A . Найдите $\angle BAK$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Т.к. $\widehat{AK} : \widehat{KB} = 11:8$, то можно обозначить $\widehat{AK} = 11x$, $\widehat{KB} = 8x$.
2. Дуга $\widehat{AKB} = 360^\circ - 170^\circ = 190^\circ$.
3. Следовательно, $11x + 8x = 19x = 190^\circ \Rightarrow x = 10^\circ$.
4. Значит, дуга $\widehat{KB} = 8x = 80^\circ$.
5. Угол BAK вписанный и опирается на эту дугу, следовательно, он равен ее половине, то есть 40° .

Ответ: 40



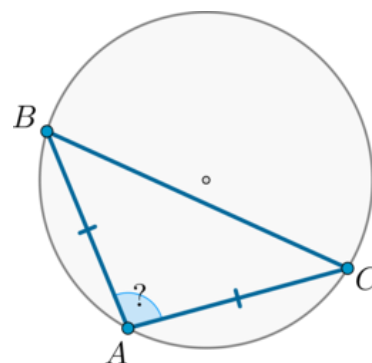
Задание 2

Точки A и C разбивают окружность на две дуги, одна из которых равна 280° и на которой отмечена точка B . Найдите угол BAC , если $AB = AC$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. $\widehat{ABC} = 280^\circ$, следовательно, меньшая дуга $\widehat{AC} = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ$.
2. Т.к. угол ABC опирается на эту дугу и является вписанным, то он равен ее половине, то есть 40° .
3. Заметим, что $\triangle ABC$ – равнобедренный, следовательно, $\angle BAC = 180^\circ - 2 \cdot 40^\circ = 100^\circ$.

Ответ: 100



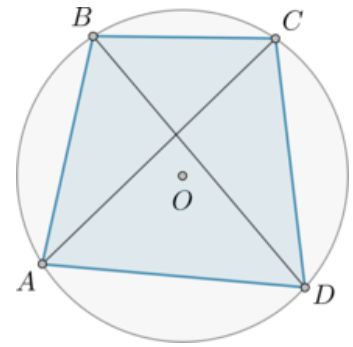
Задание 3



Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAD равен 35° .
Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Так как вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, то меньшая дуга $\widehat{DA} = 2 \cdot 75^\circ = 150^\circ$
2. Аналогично меньшая дуга $\widehat{CD} = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ$
3. Следовательно, дуга $\widehat{CDA} = 150^\circ + 70^\circ = 220^\circ$.
4. Значит $\angle ABC$, как вписанный и опирающийся на дугу, равную 220° сам равен 110° .



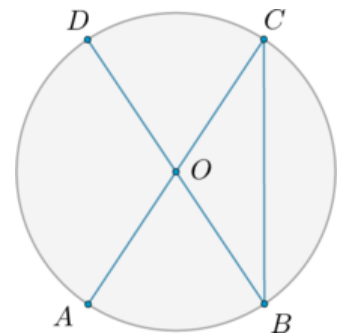
Ответ: 110

Задание 4

В окружности с центром O AC и BD – диаметры. Центральный угол AOD равен 110° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Так как BD – диаметр, то $\angle BOD = 180^\circ$, следовательно, $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 70^\circ$.
2. $\angle AOB$ и $\angle ACB$ – центральный и вписанный углы соответственно, опирающиеся на одну и ту же дугу, следовательно, $\angle ACB = \angle AOB : 2 = 35^\circ$



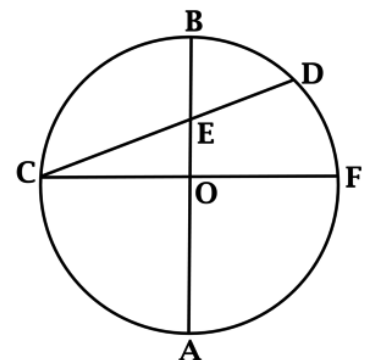
Ответ: 35

Задание 5*

AB – диаметр окружности, который пересекает хорду CD в точке E . Градусная мера дуги AC равна 90° , а градусная мера дуги CBD равна 150° . Найдите $\angle CEA$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Построим диаметр CF .
2. Пусть O – центр окружности, тогда $\angle COA = 90^\circ$.
3. $\angle CEA = 90^\circ - \angle DCF$.
4. Так как градусная мера дуги CBD равна 150° , а CF – диаметр, то градусная мера дуги DF равна $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.
5. Вписанный угол в два раза меньше градусной меры дуги, на которую он опирается, тогда $\angle DCF = 0,5 \cdot 30^\circ = 15^\circ$, следовательно, $\angle CEA = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.



Ответ: 75

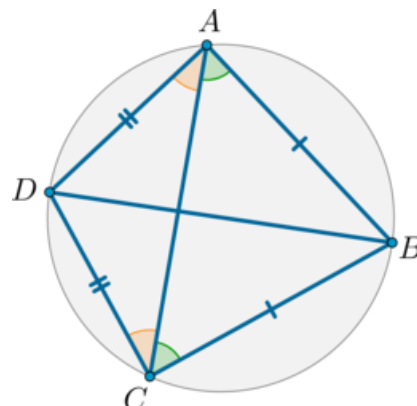
Задание 6*



На окружности в следующем порядке отмечены четыре точки: A, B, C и D , причем $AB = BC$, $CD = DA$. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Т.к. $\triangle BAC$ и $\triangle DAC$ – равнобедренные, то $\angle BAC = \angle BCA$, $\angle DAC = \angle DCA$.
2. Таким образом, $\angle A = \angle C$. Т.к. $\angle A, \angle C$ – вписанные, то $\angle A + \angle C = 12(\widehat{DCB} + \widehat{DAB})$.
3. Заметим, что эти дуги в сумме дают всю окружность, то есть 360° .
4. Следовательно, $\angle A + \angle C = 180^\circ$ следовательно, $\angle A = \angle C = 90^\circ$.



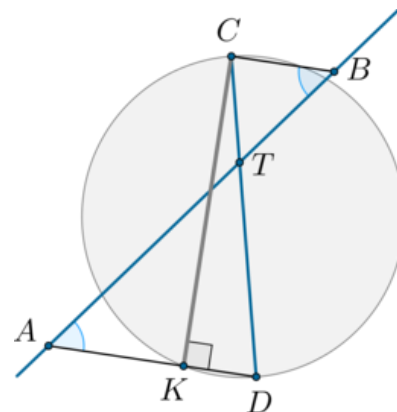
Ответ: 90

Задание 7*

Секущая AB пересекает окружность и диаметр CD так, как показано на рисунке. Меньшая дуга $\widehat{KD}$ равна 40° , $\angle CBA = 30^\circ$, прямая BC параллельна прямой AD . Найдите угол $BT D$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Т.к. $BC \parallel AD$, то $\angle CBT = \angle DAT = 30^\circ$.
2. $\angle DCK$, как вписанный и опирающийся на дугу KD , равен ее половине, то есть 20° .
3. $\angle CKD$ опирается на диаметр CD , следовательно, равен половине от половины окружности, то есть 90° . Значит, $\angle CDK = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.
4. $\angle BT D$ — внешний угол для треугольника ATD , следовательно, он равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним: $\angle BT D = \angle TDA + \angle TAD = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$.



Ответ: 100