

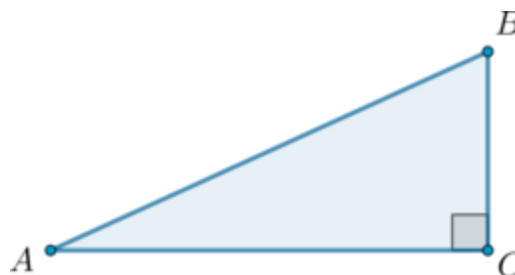


«Решение задач по планиметрии»

Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора

Прямоугольный треугольник – это треугольник, один из углов которого равен 90° (прямой).

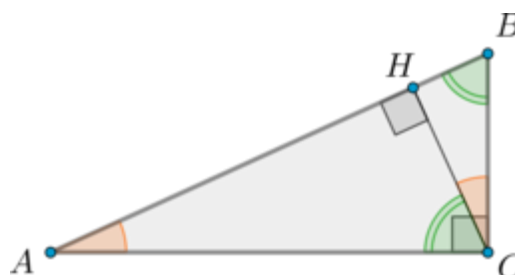
Сторона, лежащая напротив прямого угла, называется гипотенузой (AB), а две другие стороны — катетами (AC и BC).



· Катет, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы. Следовательно, если, например, $\angle A = 30^\circ$, то $BC = \frac{1}{2}AB$.

· Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° : $\angle A + \angle B = 90^\circ$. Следовательно, если в прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 45° , то такой треугольник является равнобедренным.

· Если в прямоугольном треугольнике ABC провести высоту CH из прямого угла, то $\angle BAC = \angle BCH$ и $\angle ABC = \angle ACH$:



· Теорема Пифагора: квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов:
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$

· $\triangle ABC \sim \triangle AHC \sim \triangle BHC$

· Высота, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее геометрическое (среднее пропорциональное) отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой:

$$CH = \sqrt{AH \cdot HB}$$

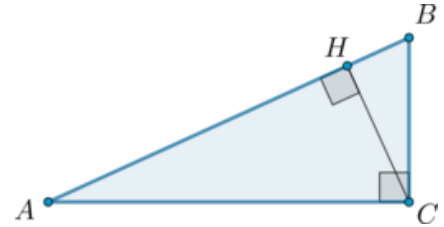


Задание 1

В треугольнике ABC угол $C = 90^\circ$, CH – высота, угол $A = 30^\circ$. Найдите BH , если $AB=4$.

Решение:

1. Так как катет, лежащий против угла 30° равен половине гипотенузы, то $BC = 0,5AB = 2$.
2. $\angle BCH = \angle A = 30^\circ$, следовательно, из $\triangle BCH$: $BH = 0,5BC = 1$.



Ответ: 1

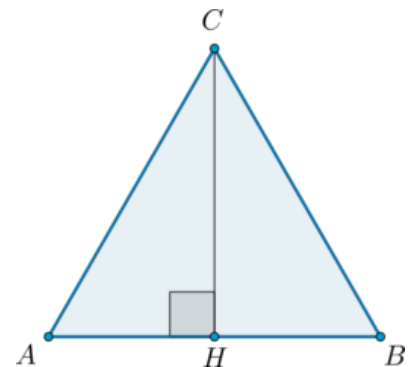
Задание 2

В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна 23. Найдите AB .

Решение:

1. Так как $AC = BC$, то CH также является медианой.
2. Следовательно, если $AH = a$, то $AB = AC = 2a$.
3. Тогда по теореме Пифагора из $\triangle ACH$:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + CH^2 \Rightarrow \\ 4a^2 &= a^2 + 12 \Rightarrow \\ a &= 2 \Rightarrow \\ AB &= 2a = 4 \end{aligned}$$



Ответ: 4

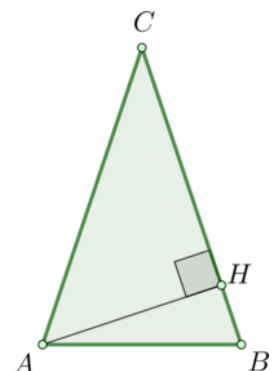
Задание 3

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, угол C равен 30° . Найдите BC .

Решение:

1. Рассмотрим прямоугольный $\triangle ACH$.
2. Катет, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы, следовательно, $4 = AH = 0,5AC$, откуда $8 = AC = BC$.

Ответ: 8



Задание 4

В треугольнике ABC $AC = BC$, $\angle C = 120^\circ$, $AB = 23$. Найдите AC .

Решение:

1. Рассмотрим прямоугольный $\triangle AHB$. Так как $\angle C = 120^\circ$ и $AC = CB$, то $\angle B = (180^\circ - 120^\circ):2 = 30^\circ$.



2. Катет, лежащий против угла 30° равен половине гипотенузы, следовательно, $HA = 0,5AB = \sqrt{3}$.
3. Рассмотрим прямоугольный $\triangle ACH$. Так как $\angle ACB = 120^\circ$, то $\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.
4. Следовательно, $\angle HAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.
Следовательно, $HC = 0,5AC$.
5. Тогда по теореме Пифагора

$$AC^2 = HC^2 + HA^2 \Rightarrow$$

$$AC^2 = \frac{AC^2}{4} + 3 \Rightarrow$$

$$AC = 2$$

