



«Решение задач по планиметрии»

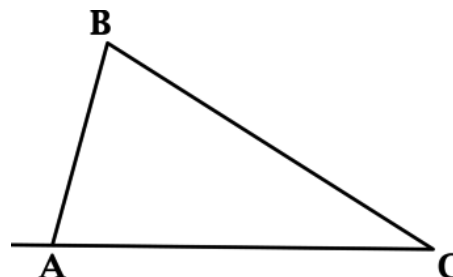
Равнобедренные и равносторонние треугольники

Задание 1

В треугольнике ABC : $\angle B = 81^\circ$, $\angle C = 25^\circ$. Найдите внешний угол при вершине A . Ответ дайте в градусах.

Решение: Согласно теореме о внешнем угле треугольника, $\angle B + \angle C =$ внешнему углу при вершине A , следовательно $A_{\text{внеш}} = 81^\circ + 25^\circ = 106^\circ$.

Ответ: 106

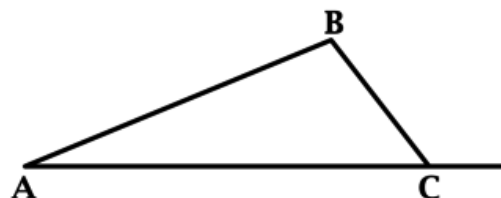


Задание 2

В треугольнике ABC : $\angle A = 22^\circ$, внешний угол при вершине C равен 130° . Найдите $\angle B$. Ответ дайте в градусах.

Решение: Согласно теореме о внешнем угле треугольника, $\angle A + \angle B = C_{\text{внеш}}$, тогда $22^\circ + \angle B = 130^\circ$, откуда находим $\angle B = 130^\circ - 22^\circ = 108^\circ$.

Ответ: 108



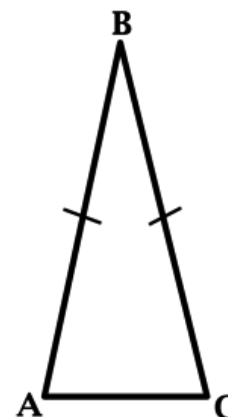
Задание 3

В треугольнике ABC : $\angle C = 70^\circ$, $AB = BC$. Найдите $\angle B$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, тогда $\angle A = \angle C = 70^\circ$.
2. Так как у любого треугольника сумма углов равна 180° , то $\angle B = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$.

Ответ: 40

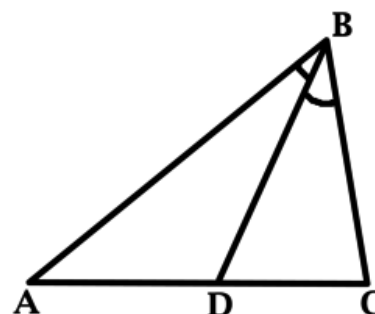


Задание 4

В треугольнике ABC : $\angle A = 39^\circ$, BD – биссектриса, $\angle ABD = 30^\circ$. Найдите $\angle C$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Так как BD – биссектриса, то $\angle ABD = \angle DBC$, тогда $\angle ABC = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$.
2. Сумма углов треугольника равна 180° , тогда $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle ABC = 180^\circ - 39^\circ - 60^\circ = 81^\circ$.





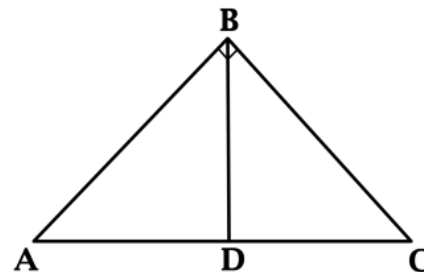
Ответ: 81

Задание 5

В треугольнике ABC: $\angle B = 90^\circ$, BD – биссектриса, $AB=BC$, $AC=6$. Найдите BD.

Решение:

1. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой, тогда $DC = 0,5 \cdot AC = 3$.
2. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны, тогда $\angle DCB = \angle BAC = 90^\circ : 2 = 45^\circ$.
3. Так как BD – биссектриса, то $\angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 45^\circ$, то есть в $\triangle DBC$ углы при основании BC равны, тогда треугольник DBC – равнобедренный и $BD = BC = 3$.



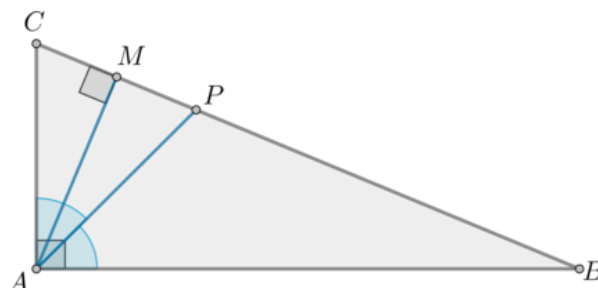
Ответ: 3

Задание 6

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Решение:

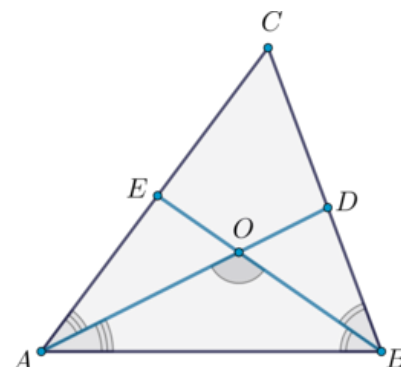
1. По условию $\angle MAP = 14^\circ$.
2. Так как AP – биссектриса и $\angle A = 90^\circ$, то $\angle CAP = 45^\circ$, следовательно, $\angle CAM = 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ$.
3. Тогда $\angle C = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$.
4. Следовательно, $\angle B = \angle CAM = 31^\circ$ – наименьший угол треугольника ABC.



Ответ: 31

Задание 7

В треугольнике ABC угол C равен 58° , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.





Решение:

1. В треугольнике ABC $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.
2. Заметим, что $\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - 0,5(\angle A + \angle B) = 180^\circ - 0,5 \cdot 122^\circ = 119^\circ$.

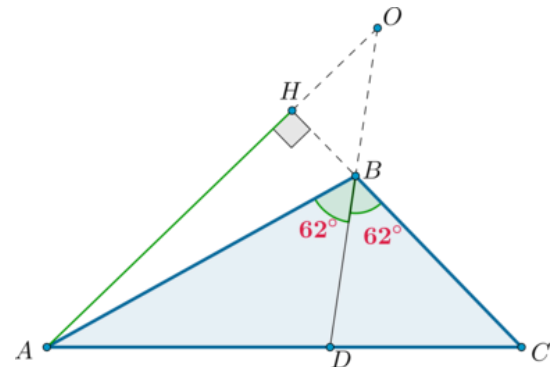
Ответ: 119

Задание 8

В $\triangle ABC$ AH – высота, BD – биссектриса, O – точка пересечения прямых AH и BD , угол ABD равен 62° . Найдите угол AOB .

Решение:

1. Так как BD – биссектриса, то $\angle CBD = \angle ABD = 62^\circ$.
2. $\angle HBO = \angle CBD = 62^\circ$ – как вертикальные.
3. $\angle OHB = \angle AHB = 90^\circ$.
4. Следовательно, $\angle AOB = \angle HOB = 90^\circ - \angle HBO = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$ (так как сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90°).



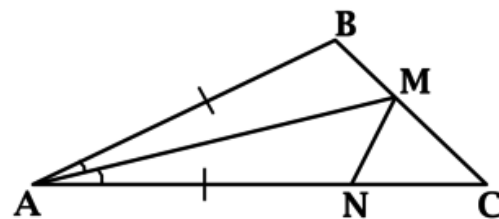
Ответ: 28

Задание 9

В треугольнике ABC : $\angle C = 40^\circ$, $\angle B = 110^\circ$, AM – биссектриса, N – такая точка на AC , что $AB = AN$. Найдите $\angle CMN$. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Сумма углов треугольника равна 180° , тогда $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ = 30^\circ$.
2. Так как AM – биссектриса, то $\angle MAN = \angle BAM = 15^\circ$.
3. Треугольники ABM и ANM равны по двум сторонам и углу между ними, тогда $\angle BMA = \angle AMN$.
4. $\angle BMA = 180^\circ - \angle BAM - \angle B = 180^\circ - 15^\circ - 110^\circ = 55^\circ$, тогда $\angle BMN = 2 \cdot \angle BMA = 110^\circ$.
5. Тогда $\angle CMN = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

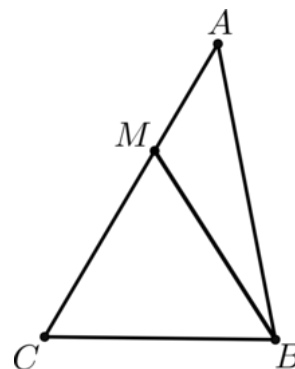


Ответ: 70



Задание 10*

В треугольнике ABC точка M лежит на стороне AC (но не совпадает с точкой A или точкой C), причём $CM = MB$. Кроме того, $CB = MB$. Найдите сумму меньшего и большего углов треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



Решение:

1. Так как $CM = MB = BC$, то треугольник MBC – равносторонний, тогда $\angle MCB = 60^\circ$.
2. Так как сумма углов треугольника равна 180° , то угол, равный 60° , не может быть большим и не может быть меньшим углом треугольника.
3. Треугольник ABC не равносторонний (так как A не совпадает с M), причём $\angle ACB = 60^\circ$, тогда один из углов A и B больше 60° , а другой меньше 60° .
4. Таким образом, $\angle A + \angle B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ – искомая сумма углов.

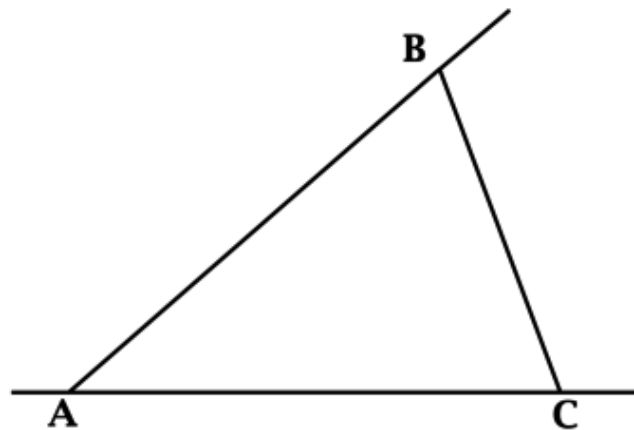
Ответ: 120

Задание 11*

В треугольнике ABC при вершинах A, B и C построено по одному внешнему углу. Найдите сумму этих внешних углов. Ответ дайте в градусах.

Решение:

1. Согласно теореме о внешнем угле треугольника, внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.
2. Тогда внешний угол при вершине A равен $\angle B + \angle C$ в треугольнике ABC . Аналогично внешний угол при вершине B равен $\angle A + \angle C$ в треугольнике ABC , внешний угол при вершине C равен $\angle A + \angle B$ в треугольнике ABC .
3. Таким образом, сумма внешних углов равна $\angle B + \angle C + \angle A + \angle C + \angle A + \angle B = 2(\angle A + \angle B + \angle C)$ в треугольнике ABC , но эта сумма есть удвоенная сумма углов треугольника.
4. Так как сумма углов треугольника равна 180° , то сумма внешних углов равна $180^\circ \cdot 2 = 360^\circ$.



Ответ: 360