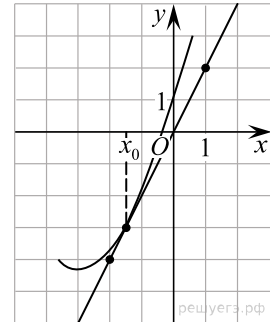


Вариант № 34201902

1.

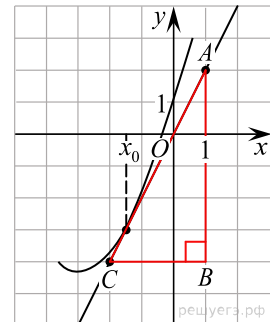
На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

**Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; -4)$, $C(-2; -4)$. Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу ACB :

$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{2+4}{1+2} = 2.$$

Ответ: 2.



2. Прямая $y = 3x - 2$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 5x^2 + 6x + 7$. Найдите абсциссу точки касания.

Решение.

Условие касания графика функции $y = f(x)$ и прямой $y = kx + b$ задаётся системой требований:

$$\begin{cases} f'(x) = k, \\ f(x) = kx + b. \end{cases}$$

В нашем случае имеем:

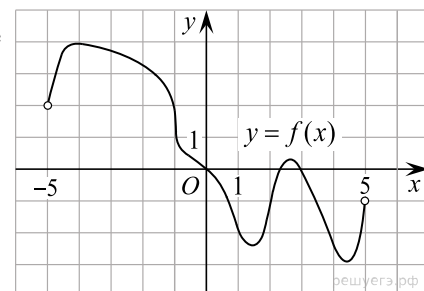
$$\begin{cases} 3x^2 - 10x + 6 = 3, \\ x^3 - 5x^2 + 6x + 7 = 3x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 10x + 3 = 0, \\ x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}, \\ x = 3, \\ x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = 0 (*) \end{cases}$$

Проверка показывает, что первый корень не удовлетворяет, а второй удовлетворяет уравнению (*). Поэтому искомая абсцисса точки касания 3.

Ответ: 3.

3.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.

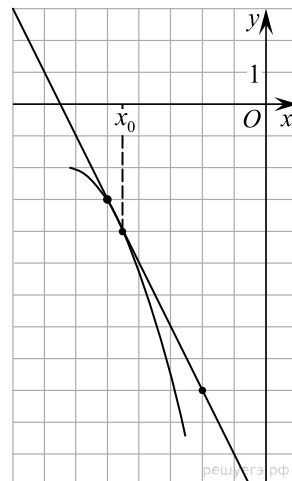
**Решение.**

Поскольку касательная параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней, их угловые коэффициенты равны 0. Угловым коэффициентом касательной равен значению производной в точке касания. У данной функции производная равна нулю только в точках экстремума функции. На заданном интервале функция имеет 2 максимума и 2 минимума, итого 4 экстремума. Таким образом, касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней в 4 точках.

Ответ: 4.

4.

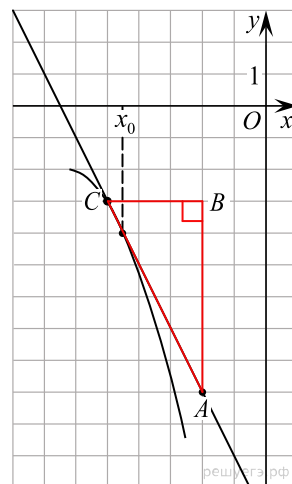
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

**Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках $A(-2; -9)$, $B(-2; -3)$, $C(-5; -3)$. Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом ACB . Поэтому

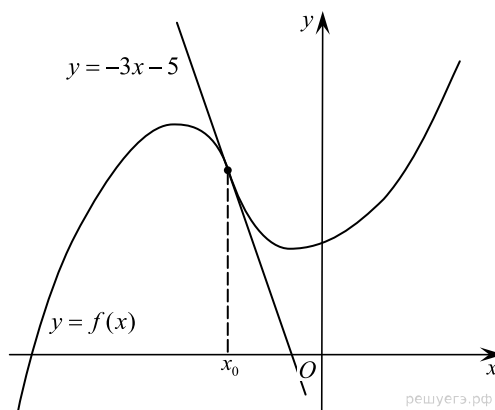
$$y'(x_0) = \tan(180^\circ - \angle ACB) = -\tan(\angle ACB) = -\frac{AB}{BC} = -\frac{6}{3} = -2.$$

Ответ: -2 .



5.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $g(x) = -7f(x) + 21x + \frac{1}{441}$ в точке x_0 .

**Решение.**

Найдём производную функции $g(x)$:

$$g'(x) = -7 \cdot f'(x) + 21.$$

Найдём значение $f'(x_0)$. Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной.

$$f'(x_0) = k = -3.$$

Тогда искомое значение

$$g'(x_0) = -7 \cdot f'(x_0) + 21 = -7 \cdot (-3) + 21 = 42.$$

Ответ: 42 .

6. Прямая $y = -3x + 8$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Решение.

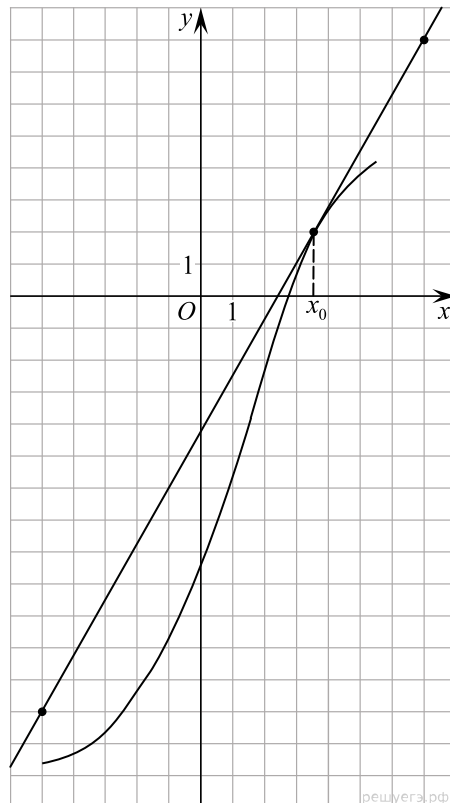
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная параллельна прямой $y = -3x + 8$ их угловые коэффициенты равны. Поэтому абсцисса точки касания находится из уравнения $y' = -3$:

$$(x^2 + 7x - 6)' = -3 \Leftrightarrow 2x + 7 = -3 \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ: -5 .

7.

На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

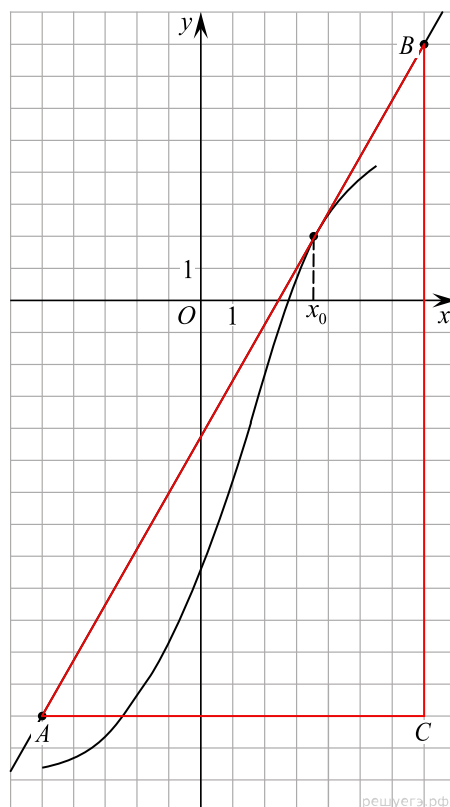


Решение.

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках A $(-5; -13)$, B $(7; 8)$, C $(7; -13)$. Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу BAC

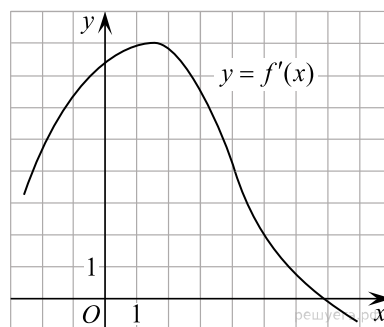
$$y'(x_0) = \operatorname{tg} \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{21}{12} = 1,75.$$

Ответ: 1,75.



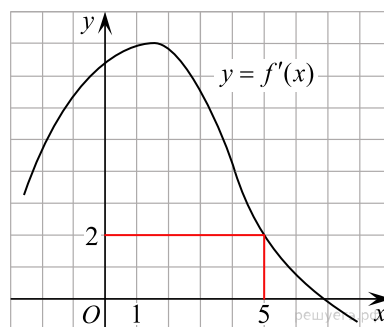
8.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.

**Решение.**

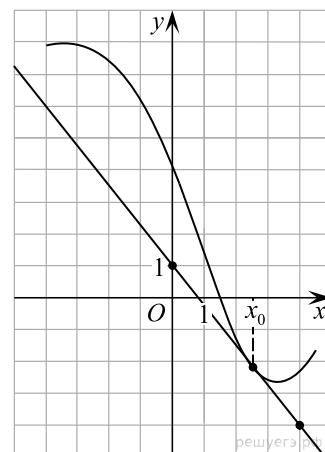
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней, она имеет угловой коэффициент равный 2 и $f'(x_0) = 2$. Осталось найти, при каких x производная принимает значение 2. Искомая точка $x_0 = 5$.

Ответ: 5.



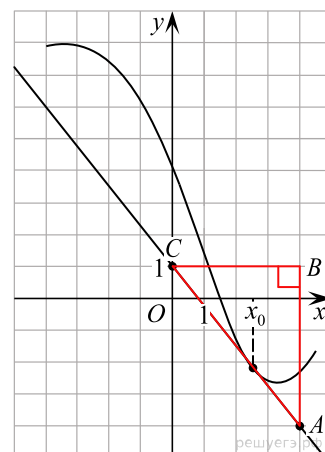
9.

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

**Решение.**

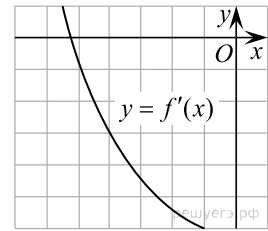
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках $A(4; -4)$, $B(4; 1)$, $C(0; 1)$. Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом ACB :

$$y'(x_0) = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ACB) = -\operatorname{tg} \angle ACB = -\frac{AB}{BC} = -\frac{5}{4} = -1,25.$$

Ответ: $-1,25$.

10.

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 2$ или совпадает с ней.

**Решение.**

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная параллельна прямой или совпадает с ней, её угловой коэффициент равен -3 . Следовательно, мы ищем точку, в которой угловой коэффициент равен -3 , а значит, и производная равна -3 . Поэтому искомая точка $x = -4$.

Ответ: -4 .

Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	27503	2
2	530818	3
3	27489	4
4	9101	-2
5	525690	42
6	517174	-5
7	9641	1,75
8	40130	5
9	520489	-1,25
10	515188	-4