

«Решение логарифмических неравенств»

Задания

Задание 1.

Зная косинус, найдем синус, тангенс и котангенс.

$$\cos \alpha = \frac{1}{3},$$

$$360 < \alpha < 540.$$

Для того чтобы найти значение тригонометрической функции, нужно использовать тригонометрическое тождество.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Подставляем значение косинуса и получим:

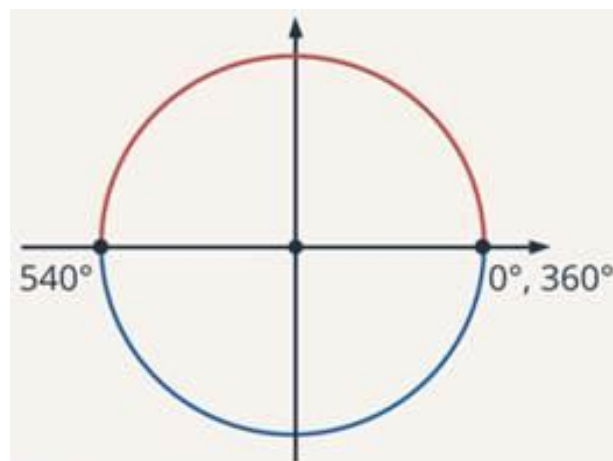
$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Итак, мы получили 2 ответа, но в условии было известно расположение угла $360^\circ < \alpha < 540^\circ$. Нарисуем круг, отметим это промежутки.



В первой и второй четверти, синус положительный соответственно в ответе будет положительное число:

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Теперь, зная определение тангенса и котангенса:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{1}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} : \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Задание 2.

Найти значение выражения

$$-4\sqrt{3} \sin(-780^\circ)$$

Для решения этого задания нам понадобятся формулы приведения, которые мы рассматривали на прошлом уроке.

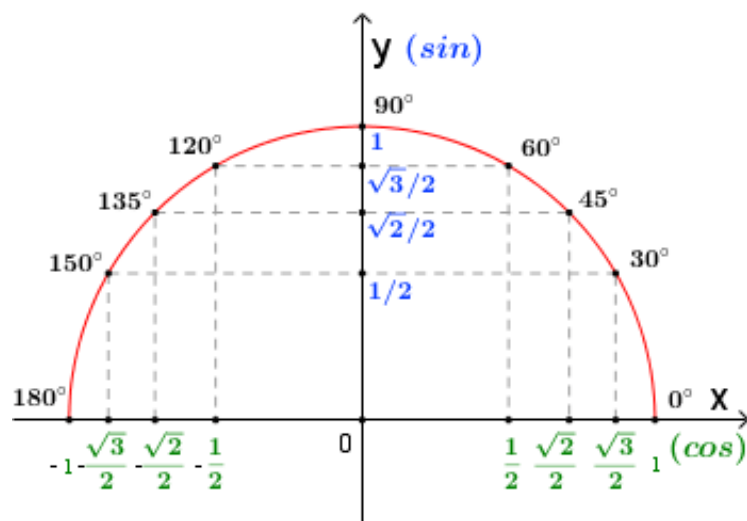
Сначала избавимся от минуса:

$$-4\sqrt{3} \sin(-780^\circ) = -4\sqrt{3} \cdot (-\sin 780^\circ) = 4\sqrt{3} \sin 780^\circ$$

Далее убираем из аргумента периоды (добавление и вычитание целого числа периодов не меняет значение функции):

$$4\sqrt{3} \sin 780^\circ = 4\sqrt{3} \sin(420^\circ + 360^\circ) = 4\sqrt{3} \sin 420^\circ = 4\sqrt{3} \sin(60^\circ + 360^\circ) = 4\sqrt{3} \sin 60^\circ$$

Смотрим на круг, значению синуса 60 градусов соответствует:



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Подставляя в выражение, получим:

$$4\sqrt{3} \sin 60^\circ = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6$$

Ответ: 6

Задание 3.

Найти значение выражения: $\frac{2\cos \alpha - 4\sin \alpha}{2\sin \alpha + 5\cos \alpha}$ и условие $\operatorname{tg} \alpha = 1.25$

Вспомним определение тангенса, выразим из него синус (можно и косинус):

$$\operatorname{tg} \alpha = 1.25, \text{ тогда } \operatorname{tg} \alpha = 1.25$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1.25 \text{ выражаем синус } \sin \alpha = 1.25 \cos \alpha$$

Далее подставляем в искомое выражение вместо синуса получившее равенство:

$$\frac{2 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha - 4 \cdot 1.25 \cos \alpha}{2 \cdot 1.25 \cos \alpha + 5 \cos \alpha} =$$

Считаем и упрощаем:

$$= \frac{2 \cos \alpha - 5 \cos \alpha}{2.5 \cos \alpha + 5 \cos \alpha} = \frac{-3 \cos \alpha}{7.5 \cos \alpha} = \frac{-3}{7.5} = -0.4$$

Задание 4 (закрепление формул приведения).

$$\operatorname{tg} 13^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 103^{\circ}$$

Так как мы не знаем точного значения тангенса 13 градусов, здесь мы применим формулу приведения:

$$\operatorname{tg} 103^{\circ} = \operatorname{tg}(90^{\circ} + 13^{\circ})$$

Так как используется значение 90 градусов («пи пополам») то аргумент меняется на противоположный:

$$\operatorname{tg}(90^{\circ} - (-13^{\circ})) = \operatorname{ctg}(-13^{\circ}).$$

Теперь определимся со знаком, так как это угол тупой (113 градусов), а мы ранее говорили, что косинус тупого угла – отрицательное значение, то котангенс этого угла отрицательное значение (по определению тангенса и котангенса).

$$\operatorname{ctg}(-13^{\circ}) = \frac{\cos(-13^{\circ})}{\sin(-13^{\circ})} = \frac{\cos 13^{\circ}}{-\sin 13^{\circ}} = -\operatorname{ctg} 13^{\circ}$$

Далее подставляем в искомое выражение, получим минус 1.

$$\operatorname{tg} 13^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 103^{\circ} = \operatorname{tg} 13^{\circ} \cdot (-\operatorname{ctg} 13^{\circ}) = -1$$

Ответ: -1