



«Решение степенных неравенств»

Примеры

Пример 1.

$$2^x < \frac{1}{8} \quad \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$2^x < 2^{-3}$ так как $2 > 1$, то функция возрастает

$$x < -3 \quad x^{(-\infty; -3)}$$

Пример 2.

$$2^{x^2} > 2^{x+2}$$

$x^2 > x + 2$, так как $2 > 1$, то функция возрастает.

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$(x + 1)(x - 2) > 0$$

Соответственно нули функции: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$.

Ответом послужит промежуток $(-\infty; -1)(2; +\infty)$.

Пример 3.

$$3^x > 9^{x-3}$$

$3^x > 3^{2x-6}$, $3 > 1$, функция возрастает

$$x > 2x - 6$$

$$-x > -6$$

$$x < 6$$

Ответ: $(-\infty; 6)$.



Пример 4.

$$5^{x^2-2x-1} < 25$$

$$5^{x^2-2x-1} < 5^2$$

$$x^2 - 2x - 1 < 2$$

$$x^2 - 2x - 3 < 0$$

Решаем квадратное неравенство через дискриминант. Таким образом находим нули функции:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1)=0$$

$$x_1=3, x_2=-1.$$

Выносим на числовую прямую полученные корни и находим промежутки, удовлетворяющие неравенству. Не забудем, что знак меньше нуля, значит выбираем те части прямой, где знак «-».

Ответ: $(-1; 3)$.