



«Тожественные преобразования иррациональных выражений»

Примеры по теме урока

Пример 1.

Упростить: $\sqrt[22]{(x)^{22}}$, если $x < 0$

Применим одно из свойств корня и получим: $\sqrt[22]{(x)^{22}} = x$, тогда зачем нам условие $x < 0$?

На входе будет отрицательное число, а на выходе – уже положительное. В ответе будет x , но со знаком минус (опять же по свойству корней) так как $x < 0$, а результат извлечения будет с плюсом. И правильное решение выглядит так:

$$\sqrt[22]{(x)^{22}} = -x \text{ или } \sqrt[22]{(x)^{22}} = |x|$$

Пример 2.

Вынести множитель за знак корня:

$$\sqrt[4]{48a^4b^8c^{12}}, c < 0.$$

Используя формулу корня из произведения, внимательно извлекаем корень из каждого множителя:

$$\sqrt[4]{48a^4b^8c^{12}} = \sqrt[4]{48} * \sqrt[4]{a^4} * \sqrt[4]{b^8} * \sqrt[4]{c^{12}} = \sqrt[4]{16 * 3} * |a| * |b^2| * |c^3|$$

Множитель $|a|$ остается без изменений: никакого условия на эту букву нет.

Следующий модуль $|b^2|$ можно опустить, так как выражение b^2 неотрицательно (по определению). С буквой c сложнее так как она в третьей степени, а значит может быть как положительным, так и отрицательным значением. Если c отрицательное, то c^3 меньше нуля, значит раскроем модуль с минусом. В итоге ответ выглядит так:

$$\sqrt[4]{48a^4b^8c^{12}} = -2\sqrt[4]{3} * |a| * b^2 * c^3$$

Пример 3.

Вынести множитель за знак корня:

$$\sqrt[3]{a^3b^9} = \sqrt[3]{a^3} \sqrt[3]{b^9} = ab^3,$$

В этом примере только использование свойств, выданных в начале занятия.

Пример 4.

Вынести множитель за знак корня. Для самостоятельного решения:

$$\sqrt{100} = \sqrt{25 * 4} = \sqrt{25} \sqrt{4} = 2 * 5 = 10$$



Пример 5.

Вынести множитель за знак корня. Для самостоятельного решения:

$$\sqrt[4]{16x^4y} = \sqrt[4]{16} \sqrt[4]{x^4} \sqrt[4]{y} = 2x\sqrt[4]{y}$$

С этими заданиями мы разобрались, далее сложнее примеры.

Пример 6.

Вычислить:

$$\frac{8}{5-\sqrt{17}} - \frac{3}{4+\sqrt{13}} - \frac{4}{\sqrt{17}-\sqrt{13}}$$

Освободимся от иррациональности, в каждой дроби применив, формулу сокращенного умножения.

$$\frac{8}{5-\sqrt{17}} = \frac{8(5+\sqrt{17})}{(5-\sqrt{17})(5+\sqrt{17})} = \frac{8(5+\sqrt{17})}{25-17} = 5+\sqrt{17}$$

$$\frac{3}{4+\sqrt{13}} = \frac{3(4-\sqrt{13})}{(4+\sqrt{13})(4-\sqrt{13})} = \frac{3(4-\sqrt{13})}{16-13} = 4-\sqrt{13}$$

$$\frac{4}{\sqrt{17}-\sqrt{13}} = \frac{4(\sqrt{17}+\sqrt{13})}{(\sqrt{17}-\sqrt{13})(\sqrt{17}+\sqrt{13})} = \frac{4(\sqrt{17}+\sqrt{13})}{17-13} = \sqrt{17}+\sqrt{13}$$

Теперь дробей нет, и мы легко можем вычислить выражение:

$$5+\sqrt{17}-4+\sqrt{13}-\sqrt{17}-\sqrt{13}=5-4=1$$

Пример 7.

Вычислить:

$$\sqrt{4-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}}$$

Как видите, здесь внутри радикала еще присутствует корень.

В данном примере для первого корня применим формулу квадрата разности (ФСУ), далее выполним преобразования под радикалом и получим вот что:

$$\sqrt{(4-2\sqrt{2})^2} = \sqrt{4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 - 16\sqrt{2} + 8} = \sqrt{24 - 16\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{24 - 16\sqrt{2}} = \sqrt{4(6 - 4\sqrt{2})}$$

Второй квадрат пока такой же, но теперь мы и здесь можем применить ФСУ, только теперь разность квадратов:

$$\begin{aligned} \sqrt{4(6-4\sqrt{2})} \cdot \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} &= \sqrt{4(6-4\sqrt{2})(6+4\sqrt{2})} = \sqrt{4(6^2 - (4\sqrt{2})^2)} = \\ &= \sqrt{4 \cdot (36 - 32)} = \sqrt{4 \cdot 4} = \sqrt{16} = 2 \end{aligned}$$